

# Algebra in $\mathbb{Q}$

## GgT, kgV, Kürzen, Erweitern

1. Bestimme ggT und kgV untereinanderstehender Terme:

a) $72a^3bc^7$	b) $m^2-2mn+n^2$	c) $a+ab$	d) $mn-3m+2n-6$
$60a^2b^4c^5$	$2m^4-2n^4$	$a$	$m^2-3m-10$
			$-6a-3am$

2. Bestimme ggT und kgV untereinanderstehender Terme:

a) $42x^3y^4z^2$	b) $a$	c) $b+1$	d) $x^2+12xy+36y^2$
$24xy^3z^5$	$a+1$	$b^2-1$	$x^2+7xy+6y^2$

3. Bestimme ggT und kgV untereinanderstehender Terme:

a) $p^4 - q^4$	b) $2a^2b + 2ab^2 - 3a^2 - 3ab$
$p^2 - 2pq + q^2$	$9a - 12ab + 4ab^2$
$p^3 + pq^2$	$4ab^2 - 9a$

4. Bestimme ggT und kgV:

a) $2160x^7y^3z^9$	b) $m^2$	c) $ef - ef^3$	d) $20x^2 - 60x + 45$
$200x^9y^2$	$2m + 1$	$e^2f + e^2$	$4x^2 - 4x - 3$
			$4x^2 - 6x$

5. Bestimme ggT und kgV:

a) $24a^3b^4c$	b) $a+1$	c) $ab + b$	d) $a^3 - a^2 - 12a$
$32ab^3c^2$	$a$	$a^2 - a$	$a^4 - 9a^2$

6. Kürze vollständig:

a) $\frac{378a^4b^9c^6}{-132a^6b^8c^{10}}$	b) $\frac{14c - 7b}{b^2 + 4c^2 - 4bc}$	c) $\frac{3d + 12}{3d}$	d) $\frac{32340}{38115}$
e) $\frac{3a^2 + 3ab - 6a - 6b}{6a^3 + 6a^2b}$	f) $\frac{2m - 6 - 4n}{m^2 - 6m + 9 - 4n^2}$	g) $\frac{a^2 + 2a + 1}{a^3 + 3a^2 + 3a + 1}$	

7. Kürze vollständig:

a) $\frac{52ab^3}{-39a^3b}$	b) $\frac{3a - 3b}{4a - 4b}$	c) $\frac{x^2 - xy}{x^2 + xy}$	d) $\frac{3x^2 - 5x}{5y - 3xy}$	e) $\frac{x^2 - 10x + 25}{ax^2 - 25a}$
-----------------------------	------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	--

8. Kürze vollständig:

a)  $\frac{52a^2b^4c^5}{12a^3c^3}$

b)  $\frac{m^2 + n^2 - 2mn}{2m - 2n}$

c)  $\frac{e^2 - f^2}{f - e}$

d)  $\frac{u^2 + 6uv - 27v^2}{81v^2 + 18uv + u^2}$

e)  $\frac{2a^2 - a + 2ab - b}{6a^2 - a - 1}$

9. Mache gleichnamig (Hauptnenner!):

a)  $\frac{2}{a+1}$ ;  $\frac{5}{a}$

b)  $\frac{1}{-a}$ ;  $2b$ ;  $\frac{b}{3a^2}$

c)  $\frac{m}{a^3 - a^2 - 12a}$ ;  $\frac{n}{a^4 - 9a^2}$

10. Mache gleichnamig (Hauptnenner!):

a)  $\frac{1}{q}$ ;  $\frac{2}{3q}$

b)  $\frac{v}{u+v}$ ;  $\frac{v}{u-v}$

c)  $\frac{7x-4}{4x+4}$ ;  $\frac{x-2}{2x+2}$

d)  $\frac{x-1}{2x+4}$ ;  $\frac{x+1}{3x-6}$ ;  $\frac{x}{30x^2-120}$

e)  $\frac{b}{2b+6}$ ;  $\frac{a}{3b+12}$ ;  $\frac{c}{5b^2+35b+60}$

11. Mache gleichnamig (Hauptnenner!):

a)  $\frac{35}{198}$ ;  $5$ ;  $\frac{25}{132}$

b)  $\frac{2ay}{x^2+xy}$ ;  $\frac{2xb}{xy+y^2}$

c)  $\frac{2}{a-1}$ ;  $1$ ;  $\frac{3}{1-a}$

d)  $\frac{2e}{81-e^8}$ ;  $\frac{3e}{6-2e^2}$

e)  $\frac{5}{6ab}$ ;  $\frac{3}{-2ab}$ ;  $\frac{ab}{a+b}$

f)  $\frac{m-n}{p+q}$ ;  $\frac{m^2+n^2+2mn}{mp+mq-np-nq}$

12. Erweitere mit  $-1$ : a)  $\frac{-7}{a-b}$

b)  $-\frac{3}{2}$

c)  $\frac{a(b-c)}{-4}$

13. Bestimme den Definitionsbereich D:

a)  $\frac{7x}{2x+5}$

b)  $\frac{x+1}{7x^3+35x^2+42x}$

c)  $\frac{1}{(x^2-64)(x^4-81)}$

14. a) Zwei Terme seien vollständig in Faktoren zerlegt.

Beschreibe, wie Du das kgV bildest.

b) Beschreibe genau, was es heisst, einen Bruchterm zu erweitern.

15. a) Beschreibe genau, was es heisst, einen Bruchterm zu kürzen.

b) Zwei Terme seien vollständig in Faktoren zerlegt. Beschreibe, wie Du den ggT bildest.

## Addition, Subtraktion

16. a)  $\frac{3a^2 + 4a - 5}{2p - 3} - \frac{5a^2 + a - 5}{2p - 3}$  b)  $\frac{2q^2 - 4q}{3q - 1} + \frac{3 - q + q^2}{3q - 1} - \frac{4 - 8q + 3q^2}{3q - 1}$

17. a)  $5b - \frac{5b^2 + 4}{b - 1}$  b)  $\frac{4x}{4x^2 + 7x + 3} + \frac{3}{4x^2 + 7x + 3}$  c)  $\frac{a - b}{c - d} + \frac{a + b}{d - c}$

18. a)  $\frac{m}{p} + \frac{n}{q}$  b)  $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{5}{6}$  c)  $\frac{a + b}{a} - \frac{a - b}{a}$  d)  $\frac{c^2}{c - d} - \frac{d^2}{c - d}$

19. a)  $\frac{65y}{28x} + \frac{12y}{28x}$  b)  $\frac{m + n}{4} - \frac{m - n}{4}$  c)  $\frac{-4c}{4c - d} + \frac{d}{4c - d}$  d)  $x + \frac{y}{z}$

20. a)  $\frac{a + b}{a} - \frac{a - b}{a}$  b)  $\frac{c}{c - d} - \frac{d^2}{c - d}$  c)  $\frac{a - b}{c - d} + \frac{a + b}{d - c}$

d)  $\frac{4x}{4x^2 + 7x + 3} + \frac{3}{4x^2 + 7x + 3}$

21. a)  $\frac{a}{a + b} - 1$  b)  $\frac{x}{72} - \frac{x}{48} + \frac{x}{15}$  c)  $\frac{a - 3}{4a^2 - 28a + 49} - \frac{a + 2}{4a^2 - 49}$

22. a)  $\frac{1}{a - 2} + \frac{1}{a + 5} - \frac{2a + 3}{a^2 + 3a - 10}$  b)  $\frac{(x + y)^2}{ax + bx - ay - by} - \frac{x - y}{a + b}$

23. a)  $\frac{2c + 3d}{2c + d} - \frac{2c - d}{2c} - \frac{2c + 3d}{d}$  b)  $\frac{1}{1400} + \frac{1}{630}$

24. a)  $\frac{a + 4}{a - 4} - \frac{a - 4}{a + 4} - \frac{64}{a^2 - 16}$  b)  $\frac{x - 1}{2x + 4} - \frac{x + 1}{3x - 6} + \frac{6x^2 + x - 10}{30x^2 - 120}$

25. a)  $\frac{a + b}{a^2 - ab} - \frac{a - b}{ab + b^2} + \frac{a(a - 3b)}{a^2b - b^3}$  b)  $\frac{7}{r} - \frac{4}{1 + r} - \frac{3}{2 - r}$

26. a)  $\frac{e - 4}{e^2 + e - 6} - \frac{e - 4}{e^2 - 3e + 2}$  b)  $\frac{2m - n}{2m - 2n} - \frac{m - n}{3m + 3n} - \frac{n(3n - m)}{3n^2 - 3m^2}$

27. a)  $1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + \frac{a^6}{1 + a}$  b)  $4a - \frac{4a^2 + 5}{a - 1} + 4$

28. Die Summe der Kehrzahlen zweier aufeinanderfolgender Zahlen aus  $\mathbb{N}$  ist gleich dem Dreizehnfachen der Differenz ihrer Kehrzahlen.

## Multiplikation, Division

29. a)  $\left(\frac{a}{bc}\right)^3$     b)  $\left(\frac{5}{21} \cdot \frac{12}{35}\right) : \left(\frac{1}{7}\right)^2$     c)  $\left[\left(\frac{1}{2} : \frac{3}{4}\right) : \frac{5}{6}\right] : \frac{7}{8}$
30. a)  $30a^2bc^4 \cdot \frac{12c^3}{25a^3b^5}$     b)  $\frac{35yz^2}{12x^2(y-z)} : 14xyz(y-z)$     c)  $28mn^2 : \frac{49n^4}{16m^3}$
31. a)  $(x+5) \cdot \frac{x-5}{x^2+10x+25}$     b)  $\frac{x^2+4x+4}{4a} \cdot \frac{8b}{x^2+5x+6}$
32. a)  $\left[-\frac{ax^2}{by} \cdot \frac{-bx}{ay^2}\right] : \frac{xy^2}{-ax^2}$     b)  $(x^2-z^2) : \frac{3x-3z}{a}$     c)  $\left(\frac{a}{5} - \frac{b}{3}\right) : \left(\frac{a}{3} - \frac{b}{4}\right)$
33.  $\left(\frac{r-s}{r+s} + \frac{r+s}{r-s}\right) \cdot \left(\frac{r^2+s^2}{2rs} + 1\right) \cdot \frac{rs}{r^2+s^2}$
34. a)  $\left[\frac{1}{m^2-1} - \frac{2m}{m^4-1}\right] \cdot \left[m+1 + \frac{2}{m-1}\right]$     b)  $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}$
35. a)  $\frac{\frac{m}{m+4} - \frac{2m}{m-3}}{\frac{m+11}{m^2+m-12}}$     b)  $\frac{(0,5 + \frac{1}{4})^2 - \sqrt{\frac{2}{32}}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{3}}$
36. a)  $\frac{a-b}{c-d} \cdot \frac{d-c}{b-a}$     b)  $(x-5) \cdot \frac{2}{x^2-6x+5}$     c)  $\frac{12x-12y}{(a+b)^2} : 12(a+b)$
37. a)  $\frac{e^2-6ef+9f^2-g^2}{5r-5s} \cdot \frac{r^4-s^4}{e-3f+g}$     b)  $\left[\frac{c}{2a} - \frac{b}{3d}\right]^2$
38. a)  $\frac{-490x^4y^3}{33a^2b} : \left\{-\frac{105x^5y}{22ab^2}\right\}$     b)  $\frac{169a^2-81}{p^2q^2-9r^2} : \frac{65a+45}{p^2q^2+4pqr+3r^2}$

$$39. \quad a) \left[ \left( \frac{11ef}{3g-3h} \cdot \frac{8x^3}{9y^3} \right) : \frac{22f}{5g-5h} \right] \cdot \left[ \frac{2y}{3x} \right]^2 \quad b) \left\{ \left\{ \frac{a}{b} - \frac{c}{d} \right\} \cdot \frac{e}{f} - \frac{g}{h} \right\} : \frac{i}{k}$$

$$40. \quad a) \left\{ \frac{1}{a^2-1} - \frac{2a}{a^4-1} \right\} \cdot \left\{ \frac{2}{a-1} + a+1 \right\}$$

$$b) \left[ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{a+b} \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \right] \cdot \frac{1}{a^2+b^2}$$

$$41. \quad T_1 = \left[ \frac{a-1}{2} \right]^2 ; \quad T_2 = \left[ \frac{a+1}{2} \right]^2 ; \quad T_3 = (T_1 - T_2)^2$$

Stelle die Werte der drei Terme für  $a = 1, 3, 5, 7, 2, 4$  in einer Tabelle zusammen. Vermutung ? Beweis ?

$$42. \quad a) \left( \frac{1}{3} - 0.33 \right) : \left( \frac{1}{3} + 0.33 \right) \quad b) \frac{\frac{a}{m} - \frac{b}{n}}{\frac{b}{m} - \frac{a}{n}} : \frac{\frac{a}{m} - \frac{b}{n}}{b-a}$$

$$43. \quad a) \frac{\frac{a}{c} - \frac{b}{c}}{\frac{m}{c} - \frac{n}{c}} \quad b) \frac{\frac{a^2}{b^2} - 1}{\frac{b^2}{a^2} - 1} \quad c) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}$$

$$d) \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

$$44. \quad (3c^5 - 7) : (c^2 - 2)$$

## Gleichungen

$$45. \quad \frac{5}{x+2} - \frac{5}{3x+6} = \frac{2}{2x-3}$$

$$46. \quad \frac{y-5}{y-4} - \frac{3-y}{y-4} = 1$$

$$47. \quad \frac{x^2+3}{4x^2+12x+9} = \frac{2x+1}{4x+6} - \frac{x+1}{4x}$$

$$48. \left(\frac{4}{z} - 5\right)\left(1 + \frac{2}{z}\right)\left(\frac{4}{z+4} - \frac{1}{4}\right) \cdot z^2 = 0$$

$$49. \text{ a) } \frac{15}{2x+5} = \frac{15}{4x+10} + \frac{19}{9x-7}$$

b) mache bei a) die Probe !

$$50. \frac{x}{x+3} - \frac{2}{3} = 1$$

$$51. \frac{2-x}{3-x} - 1 = \frac{x-4}{3-x}$$

$$52. z^2 \cdot (z-3)\left(\frac{2}{z-1} - 3\right)\left(\frac{4}{z+1} - 2\right) = 0$$

$$53. \frac{2}{x^2-4} = \frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{x(x-2)}$$

$$54. 2 + \frac{3y+9}{y-1} = \frac{5y^2+32y+3}{y^2+4y+3}$$

$$55. \text{ a) } \frac{1}{3x} - \frac{1}{4x} = \frac{1}{24} \quad \text{ b) } \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-2} = \frac{5x+5}{(x+3)(x-2)}$$

$$56. \text{ a) } \frac{9x-1}{x^2-9x+20} = \frac{5}{x-4} - \frac{1}{x-5} \quad \text{ b) } \frac{1}{3-x} - \frac{1}{x+3} = \frac{6}{9-x^2}$$

$$57. \frac{x-1}{x-2} - \frac{x-5}{x-6} = \frac{x-3}{x-4} - \frac{x-7}{x-8}$$

$$58. 1 + \frac{1}{x} = \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$59. \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$60. x \cdot \left(\frac{5}{1-x} - 2\right)\left(\frac{6}{x+1} - 3\right) = 0$$

$$61. \frac{\frac{15x}{8} - 18}{21} = \frac{3x}{8}$$

62. Gib für folgende Terme den Definitionsbereich an:

$$a) \frac{1}{1+x^2} \quad b) \frac{x}{1-x^2} \quad c) \frac{1}{x \cdot \sqrt{25-x^2}}$$

63. Geg:  $(x+2)(2x-3) = (x-5)(x+2)$

a) Gib eine Verlustumformung für obige Gleichung an.

b) Ist die Multiplikation obiger Gleichung mit dem Term  $x$  eine Äquivalenzumformung? (Antwort begründen!)

$$64. \frac{x+4}{6x^2+x-2} - \frac{3}{8x-4} = 0$$

65. Löse:

$$a) 7x - 3 = 19x + 13$$

$$b) 5(y-6) - 2(y+2) = 0$$

$$c) 7z + 6 = 3z + 2(3+2z)$$

66. Löse:

$$a) 11x - 5 = 21x + 7$$

$$b) 3(2+3y) - 2y = 5 + 7y$$

$$c) 7(z-5) - 2(z+3) = 0$$

67. Löse nach allen Variablen auf:

$$a) ab + c = 0 \quad b) 2a + b = ac$$

$$c) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = c$$

68. Löse nach allen Variablen auf:

$$a) a + bc = 0 \quad b) ab + c = 2a$$

$$c) a = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$69. a) \frac{b-x}{c} = \frac{x-c}{b}$$

b) Wie heisst die Lösung obiger Gleichung für  $b = 1$  und  $c = 5$ ?

c) Unter welchen Bedingungen für  $b$  und  $c$  ist die Gleichung unlösbar?

d) Gib je einen Wert für  $b$  und  $c$  an, so dass  $x = 4$  gilt.

$$70. \text{ Löse nach allen Variablen auf: } \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$71. \text{ Löse nach allen Variablen auf: } \frac{2}{e} = \frac{1}{f} + \frac{1}{g}$$

72. Löse nach allen Variablen auf :  $\frac{3}{R} = \frac{q}{r} + \frac{q}{s}$

73.  $\frac{3rs}{x} + t = \frac{3st}{x} + s ; x = ?$

74.  $\frac{ay}{b} - \frac{c}{b}y + y - \frac{1}{d} = 0$

75. Löse: a)  $x - \frac{x}{p} = p - 1$       b)  $\frac{x+m}{x-m} = mn$       c)  $\frac{1}{\frac{x}{a} - \frac{x}{b}} = ab$

d) Wie heisst die Lösung von b) für  $m = n = 2$  ?

e) Für welche Werte von a und b hat c) keine Lösung ?

76. a) Löse für den Normalfall :  $\frac{2x}{2x-a} = 1 + \frac{a}{2-x}$

b) Diskutiere alle Sonderfälle.

77. Gib die Menge aller  $x \in \mathbb{R}$  an, für die  $T(x) > 0$  ist:

a)  $T(x) = x(x-4)$       b)  $T(x) = (x+1)(2x-7)(2-x)$

78. Löse: a)  $a > \frac{1}{x} + 5$       b)  $\frac{2x-1}{2x+1} \leq \frac{5}{6}$       c)  $\frac{4y}{y+1} \geq \frac{1+4y}{y-1}$

79. a)  $\frac{2}{x-7} \leq \frac{1}{x}$       b)  $\frac{3x+1}{x-4} \leq \frac{3x}{x+4}$

80. Gib an, für welche Werte von x der Term  $T(x) = (x+3)(x-4)(x-2)$  negativ wird.

81. Die Haftpflichtversicherung Z zahlt 80% des um 300Fr. verminderten Schadens, Versicherung W zahlt 85% des um 500Fr. verminderten Schadens. Für welche Schäden Zahlt W mehr als Z ?

82. a)  $(2x+3)(4-2x) > 0$       b)  $(x+3)(x-4)(5x-6) > 0$

83. a)  $\frac{1}{x-6} \leq \frac{-1}{3x}$       b)  $\frac{-4}{2x-5} \leq \frac{4}{3x+1}$

84. Anna und Beat schaufeln den Schnee von einem Platz. Anna würde allein x Stunden benötigen, der kleine Beat 15 Stunden länger. Zusammen hätten sie weniger als 18 Stunden. Wie lange hätte Anna allein?



85. a) 10 Franken liegen bei 10% auf Zins. Guthaben nach 10 Jahren ?  
 b) Ein Betrag K liegt von Anfangs Februar bis zum Jahresende bei 4,75% auf Zins und soll in dieser Zeit auf mindestens eine Million anwachsen. K ?

## Anwendungen

86. Gib folgende Verhältnisse mit möglichst kleinen natürlichen Zahlen an:

a)  $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \frac{1}{9}$       b)  $\frac{9}{2} : \frac{7}{8} : 3,5$

c)  $a : b : c$  wenn gilt:  $b : c = \frac{1}{7} : \frac{1}{8}$  und  $a : c = 7 : 8$

87. Bestimme x :

a)  $\frac{1}{4} : \frac{3}{5} = 0,6 : x$       b)  $5 : 6x = x : 30$

c)  $(6x + 5) : (5x + 4) = (18x - 5) : (15x + 2)$

88. a) Formuliere die nachfolgende Behauptung mit Worten  
 b) Beweise diese Behauptung

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \iff \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

89. In einem Viereck verhalten sich die Winkel wie 9 : 5 : 3 : 8. Wie gross sind die Winkel ?
90. 2 Gläser sind je mit einem Gemisch der Flüssigkeiten A, B und C gefüllt. Im ersten Glas verhalten sich die Anteile der Stoffe A, B und C wie 8 : 12 : 5, im zweiten wie 10 : 12 : 3. Die Volumina der beiden Gläser verhalten sich wie 4 : 5. Wie verhalten sich die Anteile von A, B und C, wenn die Inhalte der beiden Gläser zusammengossen und gemischt werden ?
91. In einer Weberei stehen ein alter und ein neuer Webstuhl. Zur Produktion einer bestimmten Stoffmenge benötigen beide Webstühle zusammen 30Std. Mit dem alten Webstuhl allein würden 11Std mehr gebraucht als mit dem neuen allein. Wie lange dauert die Arbeit mit dem neuen Webstuhl ?
92. Der Zähler eines Bruches ist um 6 kleiner als der Nenner. Werden Zähler und Nenner um 11 verkleinert, so stellt der Bruch die Zahl  $\frac{4}{7}$  dar.

- 93.** a) Wieviele Zweierkombinationen lassen sich aus  $f$  verschiedenen Farben bilden ?  
 b) Hansli hat Aufgabe a) für seinen Farbkasten gelöst. Nun erhält er zum Geburtstag noch 10 weitere Farben, wodurch sich die Anzahl der Zweierkombinationen um 495 erhöht. Wieviele Farben waren ursprünglich in seinem Farbkasten ?
- 94.** Eine grosse Maschine braucht für eine gewisse Arbeit 6 Tage. Würde auch noch eine kleinere Maschine hinzugenommen, so wäre die Arbeit in 4 Tagen erledigt. Wie lange hätte die kleine Maschine allein ?
- 95.** Ein Tanklastwagen (T) samt Anhänger (A) kann eine Zisterne in 12 Fahrten füllen. Würde T ohne A fahren, so wären 7 Fahrten weniger nötig, als wenn die Füllung der Zisterne nur mit A (ohne T) erfolgte. Wieviele Fahrten braucht T allein ?
- 96.** Aus 180kg 55%igem Messing soll durch Zusatz von 70%igem Messing solches von 58% hergestellt werden. Wieviel 70%iges Messing wird benötigt und wieviel 58%iges ergibt sich ?
- 97.** Stelle Gleichungen auf:  
 a) Das Quadrat einer Zahl ist 3 mal grösser als die Summe aus ihrem 7-fachen und der Zahl 5.  
 b) Die Fläche eines Kreises mit Radius  $r$  ist 5 mal kleiner als die Fläche eines Rechtecks mit den Seiten  $m$  und  $n$ .
- 98.** Ein Taschenrechner kostet Fr. 325.-. Claudia erhält 35% StudentInnen-rabatt und zusätzlich einen Skonto, sodass sie am Schluss nur noch Fr. 203.85 bezahlen muss. Dieser niedrige Spezialpreis ist aber nur gültig, wenn sie sagen kann, wieviel Prozent der Skonto beträgt.
- 99.** Moritz legt am 1. Januar Fr. 1000.- auf ein Sparbuch zu 2.25% Jahreszins.  
 a) Guthaben samt Zins am 15.10. desselben Jahres?  
 b) Guthaben samt Zins und Zinseszinsen nach genau 50 Jahren?  
 c) Gleichzeitig mit Moritz legt Max Fr. 1200.- bei 2% an. Nach welcher Zeit (in Jahren, Monaten und Tagen) sind die beiden Guthaben gleich?
- 100.** a) 7% von 11.1  
 b) 113% von 0.02  
 c) 1% von 2435

- 101.** a) alter Preis: 11.20 Fr., Erhöhung: 5%, neuer Preis?  
 b) alter Preis: 11.20 Fr., Ermässigung: 5%, neuer Preis?  
 c) alter Preis: 17.50 Fr., neuer Preis: 21.50 Fr., Aufschlag in % ?  
 d) alter Preis: 17.50 Fr., neuer Preis: 14.20 Fr., Abschlag in % ?  
 e) neuer Preis: 105.50 Fr., Erhöhung: 9.- Fr., Erhöhung in % ?  
 f) neuer Preis: 105.50 Fr., Erhöhung: 15%, alter Preis ?  
 g) neuer Preis: 105.50 Fr., alter Preis: 89.- Fr., Erhöhung in % ?  
 h) neuer Preis: 105.50 Fr., alter Preis: 125.- Fr., Rabatt in % ?  
 i) neuer Preis: 105.50 Fr., Ermässigung: 15%, alter Preis ?
- 102.** a) alter Preis: 123.- Fr., Rabatt: 25%, Skonto: 3%, Barpreis?  
 b) Barpreis: 123.- Fr., Rabatt: 25%, Skonto: 3%, alter Preis ?  
 c) Barpreis: 123.- Fr., Rabatt: 25%, alter Preis: 169.- Fr., Skonto in % ?  
 d) alter Preis: 169.- Fr., Skonto: 4%, Barpreis: 115.- Fr., Rabatt in % ?
- 103.** a) 3700 Fr. sind bei 3% angelegt. Jahreszins ?  
 b) Eine Obligation zu 5000 Fr. bringt jährlich 312.540 Fr. Zins. Zinsfuss ?  
 c) Am 25.2.1992 werden 3000 Fr. zu  $3\frac{1}{3}\%$  angelegt. Guthaben am 24.12.1992 ?  
 d) 1 Fr. liegt während 100 Jahren bei 5% auf einem Sparbuch. Gesamtguthaben?  
 e) Ein Sparguthaben von 5000 Fr. wächst innert 4 Jahren auf 5905.74 Fr. an.  $p = ?$   
 f) Ein Sparguthaben von 15'000 Fr. liegt während 5 Jahren 5 Monaten und 5 Tagen bei  $4\frac{3}{4}\%$  auf Zins. Schlussguthaben ?
- 104.** Ein Kreisring mit dem äusseren Radius  $R = 10$  hat eine Fläche, welche 73% der Fläche des Kreises mit Radius  $R$  beträgt. Wie gross ist der Umfang des inneren Kreises ?
- 105.** Die Grundfläche einer quadratischen Pyramide misst  $100\text{cm}^2$ . Das sind 36% der gesamten Körperoberfläche. Bestimme das Pyramidenvolumen!
- 106.** 1994 kostete ein Kaffee 2.50 Fr., 1995 schlägt die Wirtin die Mehrwertsteuer (MwSt) von 6.5% dazu. Wieviel kostete also 1995 ein Kaffee ( auf 5-er runden) ?

- 107.** Ein Essen in der Mensa kostete 1995 7.90 Fr.
- a) Wieviel kostete dieses Essen 1994, wenn auf den Jahreswechsel nur die MwSt von 6.5% dazugeschlagen wurde ?
  - b) 1994 war der Preis tatsächlich 7.20 Fr. Wieviel % beträgt der tatsächliche Aufschlag ?
- 108.** Martina darf sich ein Snowboard kaufen (der Götti bezahlt's). Weil Saisonende ist, gibt das Sportgeschäft auf alle Artikel 15% Rabatt. Wer bar bezahlt (statt mit Kreditkarte oder erst 30 Tag nach Erhalt der Rechnung), erhält zusätzlich 5% Skonto. Wieviel muss Martina für ein Board, das früher 850 Fr. gekostet hat, bar hinblättern?
- 109.**
- a) 7000 Fr. liegen bei  $4\frac{1}{4}\%$  auf einem Sparkonto. Jahreszins ?
  - b) Wie gross muss das Kapital sein, wenn der Jahreszins 60'000 Fr. sein soll?
  - c) Auf dieses Konto werden 1000 Fr. gelegt und nach 4 Jahren 5 Monaten und 6 Tagen wird das gesamte Guthaben abgehoben. Wie gross ist es ?
- 110.** Im Ausverkauf gibt es auf alle Artikel 35% Ermässigung (Rabatt). Bei Barzahlung nochmals 3% Skonto. Wieviel ist für einen Artikel, der früher 875.- Fr. gekostet hat, bar zu bezahlen?
- 111.** In einem rechtwinkligen Dreieck haben die Katheten a und b die Längen 5 bzw. 7. Wieviel % der Hypotenusenlänge machen die Längen von a, b, c, p, q, und h aus ?

## Algebra in $\mathbb{Q}$ : Lösungen

1. a)  $2^3 \cdot 3^2 a^3 b c^7$ ;  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 a^2 b^4 c^5$ ;  $2^3 \cdot 3(12)a^2 b c^5 / 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(360)a^3 b^4 c^7$   
 b)  $(m-n)^2$ ;  $2(m^2+n^2)(m+n)(m-n)$ ;  $m - n / 2(m^2+n^2)(m+n)(m-n)^2$   
 c)  $a(1+b)$ ;  $a$ ;  $a / a(1+b)$   
 d)  $(n-3)(m+2)$ ;  $(m-5)(m+2)$ ;  $-3a(2+m)$ ;  $m+2 / 3a(m+2)(m-5)(n-3)$
2. a)  $2 \cdot 3 \cdot 7 x^3 y^4 z^2$ ;  $2^3 \cdot 3 x y^3 z^5$ ;  $6 x y^3 z^2 / 2^3 \cdot 3 \cdot 7(168)x^3 y^4 z^5$   
 b)  $a$ ;  $a+1$ ;  $1 / a(a+1)$   
 c)  $b+1$ ;  $(b+1)(b-1)$ ;  $b+1 / (b+1)(b-1)$   
 d)  $(x+6y)^2$ ;  $(x+y)(x+6y)$ ;  $x+6y / (x+6y)^2(x+y)$
3. a)  $(p^2+q^2)(p+q)(p-q)$ ;  $(p-q)^2$ ;  $p(p^2+q^2)$ ;  $1 / p(p^2+q^2)(p+q)(p-q)^2$   
 b)  $a(a+b)(2b-3)$ ;  $a(3-2b)^2$ ;  $a(2b-3)(2b+3)$ ;  
 $a(2b-3) / a(a+b)(2b-3)^2(2b+3)$
4. a)  $2^3 \cdot 5 x^7 y^2 (40) | 2^4 3^3 5^2 x^9 y^3 z^9 (10800)$     b)  $1 | m^2(2m+1)$   
 c)  $ef(1+f)(1-f) | e^2(f+1)$ ;  $e(1+f) | e^2 f(1+f)(1-f)$   
 d)  $5(2x-3)^2 | (2x-3)(2x+1) | 2x(2x-3) | ; 2x-3 | 10x(2x-3)^2(2x+1)$
5. a)  $8ab^3c | 96a^3b^4c^2$     b)  $1 | a(a+1)$   
 c)  $b(a+1) | a(a-1)$ ;  $1 | ab(a+1)(a-1)$   
 d)  $a(a-4)(a+3) | a^2(a+3)(a-3)$      $a(a+3) | a^2(a-4)(a+3)(a-3)$
6. a)  $-2 \cdot 3^3 \cdot 7b/2^2 \cdot 3 \cdot 11a^2c^4 = -3^2 \cdot 7b/2 \cdot 11a^2c^4 = -63b/22a^2c^4$   
 b)  $-7(b-2c)/(b-2c)^2 = 7/(2c-b)$   
 c)  $(d+4)/d$     d)  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11/3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^2 = 2^2 \cdot 7/3 \cdot 11 = 28/33$   
 e)  $3(a+b)(a-2)/(6a^2(a+b)) = (a-2)/2a^2$   
 f)  $2(m-3-2n)/((m-3)^2-4n^2) = 2/(m-3+2n)$     g)  $1/(a+1)$
7. a)  $4b^2/-3a^2$     b)  $3/4$     c)  $(x-y)/(x+y)$     d)  $-x/y$     e)  $(x-5)/a(x+5)$   
 f)  $\frac{4x^2 - 4x + cx - c}{5x - 5}$     g)  $\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + 4x}$     h)  $\frac{ax^4 - ay^4}{bx + by}$     i)  $\frac{25410}{121275}$   
 f)  $(4x+c)/5$     g)  $(x+3)/x$     h)  $a(x^2+y^2)(x-y)/b$     i)  $22/105$
8. a)  $13b^4c^2/3a$     b)  $(m-n)/2$     c)  $-e-f$     d)  $(u-3v)/(u+9v)$     e)  $(a+b)/(3a+1)$
9. a)  $2a | 5(a+1)/a(a+1)$     b)  $-3a | 6a^2b | b/3a^2$   
 c)  $ma(a-3) | n(a-4)/a^2(a+3)(a-3)(a-4)$

10. a)  $3 \mid 2/3q$  b)  $v(u-v) \mid v(u+v)/(u+v)(u-v)$  c)  $(7x-4) \mid 2(x-2)/4(x+1)$   
d)  $15(x-1)(x-2) \mid 10(x+1)(x+2) \mid x/30(x+2)(x-2)$   
e)  $15b(b+4) \mid 10a(b+3) \mid 6c/30(b+3)(b+4)$
11. a)  $70 \mid 1980 \mid 75/396$  b)  $2ay^2 \mid 2x^2b/xy(x+y)$   
c)  $2 \mid (a-1) \mid -3/(a-1)$   
d)  $4e \mid 3e(9+e^4)(3+e^2)/2(81-e^8)$   
e)  $5(a+b) \mid -9(a+b) \mid 6a^2b^2/6ab(a+b)$   
f)  $(m-n)^2 \mid (m+n)^2/(m-n)(p+q)$
12. a)  $7/(b-a)$  b)  $-(-3)/(-2)$  c)  $a(c-b)/4$
13.  $\mathbb{Q} \setminus$  a)  $\{-5/2\}$  b)  $\{0, -2, -3\}$  c)  $\{\pm 3, \pm 8\}$
14. a) kgV = Produkt aus den höchsten Potenzen aller vorkommenden Faktoren  
b) Z u N mit derselben Zahl  $\neq 0$  multiplizieren
15. a) Z u N durch dieselbe Zahl dividieren  
b) ggT = Produkt aus den höchsten Potenzen der gemeinsamen Faktoren
16. a)  $(-2a^2 + 3a)/(2p - 3)$  b) 1
17. a)  $-(5b+4)/(b-1)$  b)  $(4x+3)/(4x+3)(x+1) = 1/(x+1)$   
c)  $-2b/(c-d) = 2b/(d-c)$
18. a)  $(mq+np)/pq$  b)  $43/60$  c)  $2b/a$  d)  $c+d$
19. a)  $11y/4x$  b)  $n/2$  c)  $-1$  d)  $(xz+y)/z$
20. a)  $2b/a$  b)  $c+d$  c)  $-2b/(c-d) = 2b/(d-c)$  d)  $(4x+3)/(4x+3)(x+1) = 1/(x+1)$
21. a)  $-b/(a+b)$  b)  $43x/720$   
c)  $[(a-3)(2a+7) - (a+2)(2a-7)]/(2a-7)^2(2a+7) = (4a-7)/(2a-7)^2(2a+7)$
22. a)  $(a+5+a-2-2a-3)/(a-2)(a+5) = 0$   
b)  $[(x+y)^2 - (x-y)^2]/(a+b)(x-y) = 4xy/(a+b)(x-y)$
23. a)  $[4c^2d+6cd^2-4c^2d+d^3-2c(2c+d)(2c+3d)]/2cd(2c+d)$   
 $= (d^3-8c^3-16c^2d)/2cd(2c+d)$   
b)  $1/2^3 \cdot 5^2 \cdot 7 + 1/2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = (3^2+2^2 \cdot 5)/2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 29/12600$
24. a)  $[(a+4)^2 - (a-4)^2 - 64]/(a^2-16) = 16/(a+4)$   
b)  $[15(x-1)(x-2) - 10(x+1)(x+2) + 6x^2+x-10]/30(x+2)(x-2) = x(11x-74)/30(x^2-4)$

25. a)  $[b(a+b)^2 - a(a-b)^2 + a^2(a-3b)]/(ab(a^2-b^2))$   
 $= (ab^2 + b^3)/ab(a^2-b^2) = b/a(a-b)$   
 b)  $[7(1+r)(2-r) - 4r(2-r) - 3r(1+r)]/r(1+r)(2-r) = (-6r^2-4r+14)/r(1+r)(2-r)$
26. a)  $[(e-1)(e-4) - (e+3)(e-4)]/(e+3)(e-2)(e-1) = -4(e-4)/(e+3)(e-2)(e-1)$   
 b)  $[3(m+n)(2m-n) - 2(m-n)^2 + 2n(3n-m)]/6(m+n)(m-n) =$   
 $(6m^2 + 3mn - 3n^2 - 2m^2 + 4mn - 2n^2 + 6n^2 - 2mn)/6(m+n)(m-n) =$   
 $(4m^2 + 5mn + n^2)/6(m+n)(m-n) = (4m+n)/6(m-n)$
27. a)  $[1+a-a(1+a)+a^2(1+a)-a^3(1+a)+a^4(1+a)-a^5(1+a)+a^6]/(1+a) = 1/(1+a)$   
 b)  $[4a(a-1)-4a^2-5+4(a-1)]/(a-1) = -9/(a-1) = 9/(1-a)$
28.  $1/x + 1/(x+1) = 13(1/x-17/(x+1)) \Rightarrow 2x+1 = 13 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow 1/6, 1/7$
29. a)  $a^3/b^3c^3$     b)  $5 \cdot 12 \cdot 7^2/21 \cdot 35 = 4$     c)  $1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8/2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 32/35$
30. a)  $72c^7/5ab^4$     b)  $5z/24x^3(y-z)^2$     c)  $64m^4/7n^2$
31. a)  $(x-5)/(x+5)$     b)  $2b(x+2)/a(x+3)$
32. a)  $-ax^4/y^5$     b)  $a(x+z)/3$     c)  $(3a-5b)/15 \cdot 12/(4a-3b) = 4(3a-5b)/5(4a-3b)$
33.  $((r-s)^2 + (r+s)^2)(r+s)^2 \cdot rs/(r+s)(r-s) \cdot 2rs(r^2+s^2) = (r+s)/(r-s)$
34. a)  $((m^2+1-2m)(m^2+1))/(m^4-1)(m-1) = 1/(m+1)$     b)  $5/6 : 1/20 = 50/3$
35. a)  $((m^2-3m-2m^2-8m)(m+4)(m-3))/(m+11)(m+4)(m-3) = (-m^2-11m)/(m+11) = -m$   
 b)  $((3/4)^2-1/4)/(13/3) = 5 \cdot 3/16 \cdot 13 = 15/208$
36. a) 1    b)  $2/(x-1)$     c)  $(x-y)/(a+b)^3$
37. a)  $((e-3f)^2-g^2)(r^2+s^2)(r+s)(r-s))/5(r-s)(e-3f+g)$   
 $= (e-3f-g)(r^2+s^2)(r+s)/5$   
 b)  $(9c^2d^2 - 12abcd + 4a^2b^2)/36a^2d^2$
38. a)  $28by^2/9ax$   
 b)  $(13a+9)(13a-9)(pq+3r)(pq+r)/(pq+3r)(pqw-3r) \cdot 5(13a+9) =$   
 $(13a-9)(pq+r)/5(pq-3r)$
39. a)  $11ef \cdot 8x^3 \cdot 5(g-h) \cdot 4y^2/(3(g-h) \cdot 9y^3 \cdot 22f \cdot 9x^2) = 80ex/243y$   
 b)  $((ad-bc)e/bdf - g/h) \cdot k/i = (adehk - bcehk - bdfgk)/bdfhi$
40. a)  $(a^2+1-2a)/(a^2+1)(a+1)(a-1) \cdot (2+a^2-a+a-1)/(a-1) = 1/(a+1)$   
 b)  $[(b^2+a^2)/a^2b^2 + (2b+2a)/ab(a+b)] \cdot 1/(a^2+b^2) =$   
 $((b^2+a^2)(a+b) + 2(a+b)a^2b^2)/a^2b^2(a+b)(a^2+b^2) = (a+b)^2/a^2b^2(a^2+b^2)$

41. a

	1	3	5	7	2	4		Verm.: $(T_1 - T_2)^2 = T_3 = a^2$
$T_1$	0	1	4	9	1/4	9/4		Bew.: $T_3 = ((a^2 - 2a + 1 - a^2 - 2a - 1)/4)^2 =$
$T_2$	1	4	9	16	9/4	25/4		$(-4a/a)^2 = a^2$
$T_3$	1	9	25	49	4	16		

42. a)  $1/399 : 199/300 = 1/199$

b)  $(an - bm)/(bn - am) \cdot mn(b - a)/(an - bm) = mn(b - a)/(bn - am)$

44.  $3c^3 + 6c + (12c - 7):(c^2 - 2)$  reste:  $3c^5 - 6c^3 / 6c^3 - 7 / 6c^3 - 12c$

45. HN:  $3(x+2)(2x-3)$ ;  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 3/2\}$ ;  $30x - 45 - 10x + 15 = 6x + 12 \implies x = 3$

46.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{4\}$ ;  $y - 5 - (3 - y) = y - 4$ ;  $y = 4 \notin \mathbb{D}$ ;  $\mathbb{L} = \{\}$

47. HN:  $4(2x+3)^2 \cdot x$ ;  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0, -3/2\}$ ;  
 $(x^2+3) \cdot 4x = 2(2x+1) \cdot x(2x+3) - (x+1)(4x^2+12x+9)$ ;  
 $4x^3+12x = 8x^3 + 16x^2 + 6x - 4x^3 - 16x^2 - 21x - 9$ ;  $27x = -9$ ;  $x = -1/3$

48.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0, -4\}$ ;  $z_1 = 4/5$ ;  $z_2 = -2$ ;  $z_3 = 12$

49.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5/2, 7/9\}$ ; HN =  $2(2x+5)(9x-7)$ ;  $30(9x - 7) = 15(9x - 7) + 19(4x + 10)$   
 $270x - 210 = 135x - 105 + 76x + 190$ ;  $59x = 295$ ;  $x = 5$   
 Probe:  $15/15 = 15/30 + 19/38$ ;  $1 = 1/2 + 1/2$ ; ok

50.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ ; HN =  $3(x+3)$ ;  $3x - 2(x+3) = 3(x+3)$ ;  $-15 = 2x$ ;  $x = -15/2$

51.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ ; HN =  $(3 - x)$ ;  $2 - x - 3 + x = x - 4$ ;  $x = 3 \notin \mathbb{D}$ ;  
 $\mathbb{L} = \{\}$

52.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ ;  $\mathbb{L} = \{0, 3, 5/3\}$  (!)

53.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2, 0\}$ ; HN =  $x(x+2)(x-2)$ ;  $2x = x - 2 + x + 2$ ;  $\mathbb{L} = \mathbb{D}$

54.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1, -3, -1\}$ ; HN =  $(y-1)(y+1)(y+3)$ ; Lösung wie Serie b) oder:  
 $(3y+9)/(y-1) = ((5y+7)(y+5) - 32)/(y+3)(y+1)$   
 $(y+3)(y+1)(5y+7) = ((5y+7)(y+5) - 32)(y-1)$   
 $(5y+7)(y^2+4y+3 - (y^2+4y-5)) = -32y+32$ ;  $5y+7 = -4y+4$ ;  $y = -1/3$

55. a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;  $8 - 6 = x$ ;  $x = 2$

b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}$ ;  $2x - 4 + 3x + 9 \equiv 5x + 5$ ;  $\mathbb{L} = \mathbb{D}$

56. a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{4, 5\}$ ;  $9x - 1 = 5x - 25 - x + 4$ ;  $x = -4$

b)  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 3\}$ ;  $x + 3 - (3 - x) = 6$ ;  $x = 3 \notin \mathbb{D}$ ;  $\mathbb{L} = \{\}$



57.  $(x-4)(x-8)[(x-1)(x-6) - (x-5)(x-2)] = (x-2)(x-6)[(x-3)(x-8)-(x-7)(x-4)]$   
 $(x^2-12x+32)[-4] = (x^2-8x+12)[-4]; 20 = 4x; x = 5$
58.  $z = 1/x; 1 + z = (1 - z)/(1 + z); (1 + z)^2 = 1 - z; 1 + 2z + z^2 = 1 - z;$   
 $z^2 + 3z = z(z + 3) = 0; z \neq 0 \implies z = -3 \implies x = -1/3$
59.  $z = 1/x; (1 - z)/(1 + z) = 1/(1 - z); 1 - 2z + z^2 = 1 + z;$   
 $z^2 - 3z = z(z - 3) = 0; z \neq 0 \implies z = 3; x = 1/3$
60.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}; x_1 = 0; x_2 = -3/2; (x_3 = 1 \notin \mathbb{D})$
61.  $(15x - 144)/168 = 3x/8; \quad 15x - 144 = 3 \cdot 21x; \quad 48x = -144;$   
 $x = -3$
62. a)  $\mathbb{R}$     b)  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$     c)  $]-5, +5[ \setminus \{0\}$
63. a)  $:(x+2)$     b) nein;  $x = 0$  kommt als Lösung hinzu
64.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{1/2, -2/3\}; \text{HN} = 4(2x - 1)(3x + 2); x = 2$
65. a)  $x = -4/3$     b)  $y = 34/3$     c) allgemeingültig
66. a)  $x = -6/5$     b) keine Lösung    c)  $z = 41/5$
67. a)  $a = -c/b; b = -c/a; c = -ab$   
b)  $a = b/(c-2); b = ac - 2a; c = (2a + b)/a$   
c)  $b + a = abc \implies a = b/(bc - 1); b = a/(ac - 1); c = (a+b)/ab = 1/a + 1/b$
68. a)  $a = -bc; b = -a/c; c = -a/b$   
b)  $a = c/(2 - b); b = (2a - c)/a; c = 2a - ab$   
c)  $abc = c + b \implies a = (c + b)/bc = 1/b + 1/c; b = c/(ac - 1); c = b/(ab - 1)$
69. a)  $\mathbb{D} = \mathbb{R}; \quad b^2 - bx = cx - c^2; \quad x(c+b) = b^2 + c^2;$   
 $x = (b^2 + c^2)/(b + c) \quad \text{b) } x = 13/3;$   
c)  $c + b = 0$  (wegen  $b \neq 0$  und  $c \neq 0$  ist  $b^2 + c^2 \neq 0$ )  $\iff b = -c$   
d)  $b = 2 \pm \sqrt{4 - (c^2 - 4c)}; \quad \text{z.B. } (b|c) = (4|4)$
70.  $2/c = (a+b)/ab; c = 2ab/(a+b); a = bc/(2b-c); b = ac/(2a - c)$
71.  $2/e = (f+g)/fgb; e = 2fg/(f+g); g = ef/(2f - e); f = eg/(2g - e)$
72.  $3rs = pqs + qpr; R = 3rs/(qs + qr); \quad q = 3rs/(Rs + Rr);$   
 $r = Rqs/(3s - Rq) \quad \quad \quad s = Rqr/(3r - Rq)$
73.  $3rs + tx = 3st + sx; x = (3st - 3sr)/(t - s)$

74.  $ady - cdy + bdy - b = 0$ ;  $y = b/(ad - cd + bd)$
75. a)  $x = p$     b)  $x = (m^2n + m)/(mn - 1)$     c)  $x = 1/(b - a)$   
d)  $10/3$     e)  $b = a$
76.  $x \neq 2$  und  $x \neq a/2$ ;  $HN = (2-x)(2x-a) \implies 3ax = a(a+2)$   
1.  $a \neq 0 \implies x = (a+2)/3$ ; Kontrolle:  $(a+2)/3 = 2 \implies a = 4$   
 $(a+2)/3 = a/2 \implies a = 4$   
 $\implies$  1a)  $a \neq 0$  und  $a \neq 4 \implies x = (a+2)/3$   
b)  $a = 4 \implies \mathbb{L} = \{\}$   
2.  $a = 0 \implies \mathbb{L} = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$
77. a)  $x < 0$  oder  $x > 4$     b)  $x < -1$  oder  $2 < x < 7/2$
78. a)  $x > 0$ :  $4x > 1 + 5x \implies \mathbb{L}_1 = \{\}$ ;  $x < 0$ :  $-1 < x \implies \mathbb{L} = \mathbb{L}_2 = \{x | -1 < x < 0\}$   
b)  $HN > 0 \iff x > -1/2 \implies 10x - 5 \leq 12x + 6 \implies -11/2 \leq x$   
 $\implies \mathbb{L}_1 = ]-1/2; \infty[$ ;     $HN < 0 \implies \dots x \leq -11/2 \implies \mathbb{L}_2 = ]-\infty; -11/2]$   
 $\implies \mathbb{L} = ]-\infty; -11/2] \cup ]-1/2; \infty[$   
c)  $HN > 0 \iff y < -1$  oder  $y > 1 \implies 4y^2 - 4y \geq 1 + 5y + 4y^2$   
 $\implies -1 \geq 9y$ ;  $y \leq -1/9$   
 $\implies \mathbb{L}_1 = \{y | y < -1\}$ ;  $HN < 0 \implies \dots y \geq -1/9 \implies \mathbb{L}_2 = \{y | -1/9 \leq y < 1\}$   
 $\implies \mathbb{L} = \{y | y < -1$  oder  $-1/9 \leq y < 1\}$
79. a)  $HN > 0 \iff 0 < x$  oder  $x > 7 \implies 2x \leq x - 7 \implies \mathbb{L}_1 = \{x | x \leq -7\}$ ;  
 $HN > 0 \implies \mathbb{L}_2 = \{x | 0 < x < 7\} \implies \mathbb{L} = \{x | x \leq -7$  oder  $0 < x < 7\}$   
b)  $HN > 0 \iff x < -4$  oder  $x > 4 \implies 3x^2 + 13x + 4 \leq 3x^2 - 12x \implies -4 \geq 25x$ ;  $x \leq -4/25$   
 $\implies \mathbb{L}_1 = \{x | x < -4\}$ ;  $HN < 0 \implies \dots x \geq -4/25 \implies \mathbb{L}_2 = \{x | -4/25 \leq x < 4\}$   
 $\implies \mathbb{L} = \{x | x < -4$  oder  $-4/25 \leq x < 4\}$
80.  $-3 < x < 2$  oder  $x > 4$
81.  $0,8(S - 300) < 0,85(S - 500)$ ;  $(0,85 \cdot 500 - 0,8 \cdot 300) : 0,05 < S$ ;  $S > 3700.-$
82. a)  $-3/2 < x < 2$     b)  $-3 < x < 6/5$  oder  $4 < x$
83. a) 1.F:  $x < 0 \cup x > 6$ :  $x \leq 3/2 \implies \mathbb{L}_1 = \{x | x < 0\}$   
2.F:  $0 < x < 6$ :  $x \geq 3/2 \implies \mathbb{L}_2 = \{x | 3/2 \leq x < 6\} \implies \mathbb{L} = \{x | x < 0 \cup 3/2 \leq x < 6\}$   
b) 1.F:  $x < -1/3 \cup 5/2 < x$ :  $x \geq 4/5 \implies \mathbb{L}_1 = \{x | x > 5/2\}$   
2.F:  $-1/3 < x < 5/2$ :  $x \leq 4/5 \implies \mathbb{L}_2 = \{x | -1/3 < x \leq 4/5\}$   
 $\mathbb{L} = \{x | -1/3 < x \leq 4/5 \cup x > 5/2\}$

84.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} > \frac{1}{18}, x > 0; \implies x^2 - 21x - 270 = (x - 30)(x + 9) < 0$   
 $\implies 0 < x < 30$
85. a) 25,95    b)  $K + K \cdot 4,75 \cdot \frac{11}{100} \cdot 12 \geq 10^6; K \geq 958'275.15$
86. a) 15 : 9 : 5    b) 36 : 7 : 28  
c)  $a : c = 7 : 8 = \frac{7}{8} : 1; b : c = \frac{1}{7} : \frac{1}{8} = \frac{8}{7} : 1; \implies a : b : c = 49 : 64 : 56$
87. a)  $\frac{36}{25}$     b)  $x^2 = 25; x = \pm 5$     c)  $90x^2 + 87x + 10 = 90x^2 + 47x - 20; x = -\frac{3}{4}$
88. a) -----    b)  $(a+b)(c-d) = (a-b)(c+d) \iff 2bc = 2ad \iff bc = ad \iff \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
89.  $25x = 360^\circ; x = 14,4^\circ \implies 129,6^\circ, 72^\circ, 43,2^\circ, 115,2^\circ$
90. 8 : 12 : 5  $\rightarrow 25T \mid \cdot 4$   
10 : 12 : 3  $\rightarrow 25T \mid \cdot 5 \implies (32+50):(48+60):(20+15) = 82 : 108 : 35$
91.  $\frac{A}{30} = \frac{A}{x} + \frac{A}{x+11}$     ;  $x^2 - 49x - 330 = (x + 6)(x - 55) = 0;$      $x = 55[\text{std}]$
92.  $\frac{x - 11}{x + 6 - 11} = \frac{4}{7};$      $7x - 77 = 4x - 20;$      $3x = 57;$      $x = 19;$   
 $\frac{19}{25} \rightarrow \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$
93. a)  $\frac{f(f-1)}{2}$   
b)  $\frac{(f+10)(f+9)}{2} - \frac{f(f-1)}{2} = 495; f^2 + 19f + 90 - f^2 + f = 990; 20f = 900; f = 45$
94.  $\frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{x}; x = 12$
95.  $\frac{1}{12} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+7}; x^2 + 7x = 12x + 84 + 12x; x^2 - 17x - 84 = (x + 4)(x - 21) = 0$   
 $x = 21$
96.  $180 \cdot 0.68 + x \cdot 0.7 = (x+180) \cdot 0.58 \implies 45\text{kg zu } 70\%, 225\text{kg zu } 58\%$
97. a)  $x^2 = 3 \cdot (7x+5)$     b)  $\pi r^2 \cdot 5 = m \cdot n$
98.  $325 \cdot 0.65 = 211.25;$   
 $211.25 : 203.85 = 100 : x \implies x = 96.497 \implies 3.503\% \text{ Skonto}$
99. a)  $1000 \cdot 2.25 \cdot 315 / (100 \cdot 360) = \text{Fr. } 1019.69$   
b)  $1000 \cdot (1.0225)^{50} = \text{Fr. } 3042.05$   
c)  $1000 \cdot (1.0225)^x = 1200 \cdot (1.02)^x \text{ TR} \implies x = 74.478 \implies 74\text{J, } 5\text{M, } 22\text{T}$
100. a) 0.805    b) 0.0228    c) 24.35

101. a) 11.76   b) 10.64   c) 22.86   d) 18.86   e) 9.326  
 f) 91.74   g) 18.54   h) 15.6   i) 124.12
102. a) 89.48   b) 169.07   c) 2.959   d) 29.12
103. a) 111.-   b) 6.25   c) 3083.33   d) 131.50  
 e)  $1 + 0.01p = \sqrt[n]{(Kn/Ko)}$ ;  $p = 4.25$    f)  $K_5(1+4.75*155/(100*360)) = 19'304.29$
104.  $F_{kl} = 27\pi = r^2\pi \Rightarrow r = \sqrt{27}$ ,  $U_{kl} = 32.65$
105.  $100 = 0.36(100 + 4*10*h'/2) \Rightarrow h' = 80/9 \Rightarrow h = 7.349$ ,  $V = 245.0$
106. 2.70
107. a) 7.40   b) 9.722%
108. 686.40
109. a) 297.50   b) 1'411'764.7   c) 1202.9
110. 551.70
111.  $a = 5 = 58.12\%$ ,  $b = 7 = 81.37\%$ ,  $c = 100\%$ ,  $p = 2.906 = 33.78\%$ ,  
 $q = 5.696 = 66.22\%$ ,  $h = 4.069 = 47.30\%$