

Potenzen

Exponenten aus \mathbb{N}

- Kürze: a) $\frac{a^2 - a^6}{a^4 + a^2}$ b) $\frac{x^{3n} - x^n}{x^{5n} - x^n}$
- Kürze: a) $\frac{x^2 + x^4}{x^6 - x^2}$ b) $\frac{a^n - a^{5n}}{a^n - a^{3n}}$
- Die Zahl $n = 9^{\binom{9}{9}}$ ist sehr gross: im Dezimalsystem beträgt die Anzahl ihrer Ziffern etwa $3.70 \cdot 10^8$. Jemand will diese Zahl n niederschreiben.
 - Wieviele Arbeitsjahre werden benötigt (38-Stundenwoche, 6 Wochen Ferien im Jahr, 100 Ziffern pro Minute) ?
 - Wieviele Bücher zu 400 Seiten und 3000 Ziffern pro Seite gibt das ?
- Schreibe ohne Klammern: $(2x - a^2b)^3$
- Wahr oder falsch ? (Antwort begründen!)
 - $3^{500} < 4^{400}$ b) $3 \cdot 12^{74} \cdot 3 \cdot 9 \cdot 12^{76} > 12^{151}$
- Runde auf drei geltende Ziffern und gib in wissenschaftlicher Schreibweise: a) $2'345'600'000$ b) $5'678'900 \cdot 10^{18}$
- Rechne: (Resultate ohne Klammern, Brüche nur in Koeffizienten)
 - $4^{n+1} : 2^3$ b) $\left[-(-3)^3 \right]^2$ c) $(-3)^{(2^3)}$
 - $(8xyz^2)^n : (xz)^2$ e) $(a^{2x+1} \cdot a^7 : a^{x-5})^y$
 - $\left(\frac{m}{7}\right)^7 : \left(\frac{m}{7}\right)^9 \cdot m^3$ g) $(4b^{2n+1} - 6b^{2n}) : (-8b^{2n-2})$
- Löse: a) $3^{(x^3)} = 27^9$ b) $x^4 = 256$ c) $7^{(7^7)} \cdot (7^7)^7 = 7^x$
- a) Löse: $(x+1)(x-3) \geq 0$
b) Schraffiere das Gebiet $G = \{ P(x|y) \mid y \geq x^2 - 2x - 3 \text{ und } y \leq 2 \}$

Exponenten aus \mathbb{Z}

10. Vereinfache so weit wie möglich. Resultate ohne Klammern und ohne Brüche:

$$a) \left(\frac{a^{-3}b^4c^{-5}}{a^{-5}b^{-2}} \right)^{-2} : \left(\frac{a^{-3}b}{c^{-2}} \right)^{-3}$$

$$b) \frac{(\sqrt{2x^3})^4 + 5(\sqrt{x})^{-6}}{(7x)^{-8}}$$

$$c) \frac{a^{n+1}}{b^{2n-1}} : \left(\frac{a}{b^3} \right)^{1-n}$$

$$d) (x^n - x^{5n}) : (x^n - x^{3n})$$

$$e) (a^{-2} + 2)^3$$

$$f) -(-(-(-x^6)^{-5})^{-4})^3 \quad (*)$$

11. Vereinfache so weit wie möglich.

Resultat mit natürlichen Exponenten:

$$\left(\frac{a^{-1}}{b^{-4}} \right)^{-3} : \left(\frac{a^{-2}}{b^7} \right)^{-2}$$

12. $T(a) = \left(a - \frac{1}{a} \right)^4$ Schreibe $T(a)$ ohne Klammern und a) ohne Bruchstrich b) nur mit nat. Exponenten und einem einzigen Bruchstrich.

13. Vereinfache so weit wie möglich. Resultate ohne Klammern und ohne Bruchstriche:

$$a) (x^{-3} + 2)^3$$

$$b) \frac{a^2b^{-2}c^4}{b^{-3}c^2} : \left(\frac{a^{-2}b}{c^3} \right)^{-4}$$

$$c) \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{-8} \cdot (x^2)^{-2} - (\sqrt{2x^2})^0$$

$$d) \frac{x^{n+1}}{y^{2n-1}} : \left(\frac{x}{y^2} \right)^{n-1}$$

14. Schreibe möglichst einfach, ohne

Klammern, ohne negative Exponenten:

$$\left(\frac{a^{-6}}{b^{-5}} \right)^{-4} : \left(\frac{a^2}{b} \right)^{-1}$$

- 15.

$$\text{Kürze: } a) \frac{(a+1)^{2n}(a-1)^{2n}}{(a^2-1)^{2n+1}}$$

$$b) \frac{m^{8k} - n^{4k}}{(m^{4k} + n^{2k})(m^{2k} - n^k)}$$

- 16.

$$\text{Löse: } a) x^4 = \frac{1}{81} \quad b) 2^{(x^{-3})} = 4^{-4} \quad c) (\sqrt{2})^{\sqrt{2}} = (\sqrt{8})^{-x}$$

17. Löse: a) $x^4 = 625$ b) $2^{(x^3)} = 16^{-2}$ c) $9^{(9^9)} : (9^9)^9 = 9^x$
18. Löse: a) $a^{18} \cdot a^{3x} = a^{-6}$ b) $2x^5 = 16^{-6}$ c) $6^{(6^6)} : (6^6)^6 = 6^x$
19. Gib in wissenschaftlicher Darstellung 4 signifikante Ziffern):
 a) 0,000'000'012'345 b) $0,000'000'012'345 \cdot 10^{-9}$ c) $1'234'500'000 \cdot 10^9$
20. Sei $z = {}^{111}/_{110}$. Betrachte die Potenzen z^n für $n = 1, 2, 3, \dots$. Für welches n gilt zum ersten mal $z^n > 2$?
21. Es sei a) $0 < z < 1$ b) $z > 1$. Untersuche das Verhalten der Potenz z^n , wenn n immer grössere Werte annimmt. Beschreibe die Resultate mit Worten.
22. Runde auf drei geltende Ziffern. Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise: a) $z = 0.000'000'876'5 \cdot 10^{-8}$ b) $z = 2'345'000'000.67 \cdot 10^5$
23. Der Durchmesser eines Wasserstoff-Atoms ist 10^{-10} m. Wieviele solcher Atome enthält eine "Atomperlenkette", die von der Erde bis zur Sonne reicht ($1.5 \cdot 10^{11}$ m) ? Wie gross ist die Masse dieser Kette (Masse eines Wasserstoff-Atoms : $1.6 \cdot 10^{-27}$ kg) ?
24. Das Volumen der Erde beträgt etwa $1,1 \cdot 10^{12}$ km³, die mittlere Dichte der Erde ist $5,5 \cdot 10^3$ kg/m³, die Masse eines Elektrons misst $9,1 \cdot 10^{-28}$ g. Wieviel mal ist die Erdmasse grösser als die eines Elektrons ?
25. Stell dir vor, wir könnten Atomkerne aufreihen wie Perlen an einer Schnur. Wieviele Atomkernperlen benötigen wir für eine Kette, die die Länge des Erdäquators hat ? (Kernradius: 10^{-14} m ; Erdradius: $6,5 \cdot 10^6$ m)
26. a) $-(-2a)^2 \cdot (-3a)^2$ b) $-\left(\frac{x}{y}\right)^2 : \left(\frac{y}{z}\right)^3$ c) $(2ab)^3 \cdot (3a^{-2}b^2)^2$
27. a) $(15a^6b^4 - 2a^5b^5 - 24a^4b^6) : (3a^2b - 4ab^2)$ b) $(a^{-2} - \frac{1}{b})^2$
28. a) $2^{-5} \cdot 4^8 \cdot 8^{-3}$ b) $(-2^{-2})^{-3}$ c) $\left(\frac{2ab^{-2}}{cd^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{ac^{-3}d}{2b^2}\right)^3$

29. a) $\frac{m^2}{(m+n)^2} - \frac{n^2(m+n)^{3x+2}}{(m+n)^{4+3x}}$ b) $\frac{(a^{n+m}-a^n)(a^n-a^{n-m})}{(a^{n+m}-a^n)-(a^n-a^{n-m})}$

30. a) $-(2a^2)^2 \cdot (-3a)^2$ b) $\left(\frac{xy}{2}\right)^3 : \left(\frac{x^2y}{4}\right)^2$ c) $\frac{\left(\frac{e}{f}\right)^2}{g} : \left(\frac{f}{\frac{g}{e}}\right)^3$

31. Resultate ohne Klammern und ohne Bruchstriche :

a) $\frac{x^{-(2n+1)}}{-x^{2n}}$ b) $\frac{-1}{\left[(-2^{-1})^{-1}\right]^{-1}}$ c) $\frac{p^{-5}q^6}{r^{-3}} : \left(\frac{p^2r}{q^{-1}}\right)^{-2}$

32. Resultate ohne Klammern und ohne Bruchstriche :

a) $(3x+z^{-1}-x)^2$ b) $(a^{12}-a^{-10}) : (a^6+a^{-5})$

33. Resultate ohne Klammern und ohne Bruchstriche :

a) $\left(\frac{a}{3}\right)^{-4} : \left(\frac{a}{6}\right)^{-3}$ b) $\frac{c^{-3}}{ab^2} : \left(\frac{b^2}{a^{-2}c}\right)^{-3}$ c) $(12x^{-4} \cdot 5x^{-2}) : 6x^3$

34. Resultate ohne Klammern und nur mit natürlichen Exponenten:

a) $\left(\frac{z^2}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{z^{-3}}{2}\right)^2 : \frac{1}{z}$ b) $\left(\frac{w^{-4}}{u^{-3}v^2}\right)^{-2} : \frac{1}{u^2w^{-3}}$ c) $(18b^{-3} : 3b^{-2}) : 2b^4$

Wurzeln, Exponenten aus \mathbb{Q}

35. Schreibe möglichst einfach (ohne Klammern, ohne Wurzeln; Brüche nur im Exponenten):

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \sqrt[5]{a^6} \cdot \sqrt[7]{a^8} & \text{b) } (a^{-1,5} : a^{0,25}) : \sqrt[5]{a^{-2,5}} & \text{c) } \sqrt[6]{\left(a^{-\frac{3}{4}}\right)^{\frac{5}{6}}} \\
 \text{d) } \sqrt[4]{\sqrt{17} \cdot a - a} \cdot \sqrt[4]{a + a \cdot \sqrt{17}} & \text{e) } (27xy^5z^6)^{\frac{1}{4}} \cdot (3x^3y^3z^2)^{\frac{1}{4}} & \\
 \text{f) } \sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a} & \text{g) } \left(\frac{(2a^{-\frac{1}{3}}b^2)^{0,5}}{2a^{-\frac{1}{4}}b^{1,5}}\right)^{-0,4} & \text{h) } \left(\frac{x^{-1}}{y^{-0,5}}\right)^{0,5} : \left(\frac{x^{1,5}}{y^{-0,5}}\right)^{-\frac{5}{4}}
 \end{array}$$

36. Schreibe möglichst einfach (ohne Klammern, ohne Wurzeln; Brüche nur im Exponenten) :

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } (s^{-\frac{3}{2}} : \sqrt[5]{s^{-2,5}}) : s^{0,25} & \text{b) } (3p^2q^3r^3)^{\frac{1}{4}} \cdot (27p^6q^5r)^{\frac{1}{4}} & \\
 \text{c) } \sqrt[7]{s^8} \cdot \sqrt[5]{s^6} & \text{d) } \sqrt[6]{(s^{-0,75})^{\frac{5}{6}}} & \text{e) } \sqrt{s} \cdot \sqrt[3]{s} \cdot \sqrt[4]{s} \cdot \sqrt[5]{s} \\
 \text{f) } \sqrt[4]{s+s} \cdot \sqrt{82} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{82} \cdot s-s} & \text{g) } \left(\frac{3m^{-0,25}n^2}{(3m^{-\frac{1}{3}}n^{1,5})^{0,5}}\right)^{-0,4} & \text{h) } \left(\frac{m^{1,5}}{n^{-0,5}}\right)^{\frac{1}{2}} : \left(\frac{m^{-1}}{n^{-0,5}}\right)^{-\frac{5}{4}}
 \end{array}$$

37. Schreibe als Potenz mit rationalem Exponenten:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } (\sqrt[7]{7^3} \cdot \sqrt[5]{7^4}) : 7^{0,5} & \text{b) } \sqrt[20]{\sqrt{20+4}} \cdot \sqrt[20]{\sqrt{20-4}} \\
 \text{c) } \sqrt{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2}} & \text{d) } \sqrt[3]{\frac{4 \cdot \sqrt{8}}{\sqrt[3]{16}}}
 \end{array}$$

38. Radiziere teilweise (Resultat in Wurzelschreibweise):

$$\text{a) } \sqrt[5]{96} \quad \text{b) } 6250^{0,75} \quad \text{c) } \sqrt[3]{2160}$$

39. Berechne (4 signifikante Ziffern) :

$$\text{a) } \sqrt[200]{1000} \quad \text{b) } \sqrt[6]{2^{-1800}} \quad \text{c) } \sqrt{\sqrt[32]{40} \cdot 2^{-840}}$$

40. $x = a^{-1}b^{0,5}c^2$, $y = a^{-0,5}b^2c$

Bestimme (Resultat vereinfacht, mit Wurzeln und gazzahligen Exponenten, ohne Bruchstrich) :

a) xy^2 b) $x^{-1} : y$ c) $(x - y) : a^{-1}b^2c$

41. Schreibe möglichst einfach (ohne Wurzeln oder Klammern, Brüche nur im Exponenten):

a) $\sqrt[6]{a^5 \sqrt{a^4 \sqrt[3]{a}}}$ b) $\left(\frac{a^{-3}}{b^{-0,5}}\right)^{\frac{3}{2}} : \left(\frac{a^{1,5}}{ab^{-1}}\right)^{-\frac{5}{4}}$

d) Schreibe das **Resultat** von b) mit Wurzeln, Brüchen und natürlichen Exponenten.

42. Schreibe als Potenz mit rationalem Exponenten (ohne TR):

a) $\sqrt[3]{a^{1,5}}$ b) $\sqrt[3]{a^{4,5} \cdot \sqrt{a}}$ c) $\sqrt{2^3 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{\sqrt{2}}}}}$ d) $\sqrt{2^{-\frac{3}{7}}} : \sqrt[3]{4^{-1}}$

43. Vereinfache (ohne TR) :

a) $\sqrt[5]{2} : 2^{\frac{25}{2}}$ b) $c^{1,4} \cdot c^{1,5} \cdot c^{0,6}$ c) $\left[b^{-2,5}\right]^{0,4}$
 d) $6^{-4} : \left(\frac{6}{7}\right)^{-4}$ e) $(\sqrt{2})^{-3} : (\sqrt{32})^{-3}$

44. Schreibe mit rationalem Exponenten und möglichst kleiner natürlicher Basis:

a) $\sqrt[3]{32^4}$ b) $\sqrt[6]{0,0001}$ c) $\sqrt[100]{\frac{1}{1000}}$ d) $0,000'125$

45. Löse (Resultate möglichst einfach) :

a) $x^7 = 27x$ b) $y^3 = -\pi$ c) $5(z - 8)^4 = 125$

d) $x(x^7 + 2)(x^{4/3} - 2)(x^{-2/3} - 2)(x^{2/5} + 2) = 0$

e) $y^4 = a^2$; $a \in \mathbf{R}$ f) $z^6 = b^2$; $b \in \mathbf{R}^-$

46. Löse (exaktes Resultat in Potenz- oder Wurzelschreibweise. Gib, wo es möglich ist, auch eine 3-ziffrige Näherung an) :

a) $x^{11} = 11x$

b) $y^5 = -2^{0,5}$

c) $3(7 - z)^4 = 48$

d) $x^{10} = a^2$; $a \in \mathbf{R}^-$

e) $y^\pi = 2$

f) $z^{-7/8} = 10$

47. Löse (nicht-ganzzahlige Lösungen auf 3 Ziffern genau) :

a) $x^9 + 1 = 0$ b) $y^{10} + 1 = 0$ c) $z^{12} = 4$

d) $x(4 - x)^6 = 729x$ e) $y^{-5} = -1$ f) $x^{-\frac{4}{3}} = 2$

48. Ein Kreiskegel mit Grundkreisradius r und Höhe $h = 2r$ hat das Volumen $V = 2\pi r^3:3$ und die Mantelfläche $M = \pi r^2\sqrt{5}$. Drücke die Mantelfläche in Abhängigkeit von V aus a) exakt, Resultat vereinfacht, ohne Klammern, Brüche nur im Exponenten b) mit Wurzeln und natürlichen Exponenten c) mit 4 sign. Ziffern.

49. Berechne:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ b) $\sqrt[4]{256^3}$ c) $81^{1.25}$

50. Resultate in vereinfachten Wurzeln angeben (Normalform):

a) $\sqrt{180}$ b) $\sqrt[3]{108}$ c) $(4\sqrt{3}+2\sqrt{7})(3\sqrt{7}-\sqrt{3})$

51. Resultate in vereinfachten Wurzeln angeben (Normalform):

a) $\sqrt[3]{\frac{3}{81}}$ b) $\left(3 \cdot 32^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot 108^{\frac{1}{3}} - 4 \cdot 2^{\frac{8}{3}}\right) \cdot 2^{\frac{1}{3}}$

52. Resultate ohne Wurzelzeichen und Bruchstriche, sondern in Potenzen mit rationalen Exponenten angeben:

a) $\sqrt[3]{x^{-2}} \sqrt[4]{x^3}$ b) $\left(\sqrt[4]{a^{\frac{1}{3}}}\right)^{-6} : \frac{1}{a^{-1}}$

53. Resultate als Potenz mit gebrochenem Exponent angeben:

a) $\sqrt[3]{4\sqrt{5}}$ b) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}$ c) $\sqrt{3\sqrt{3}\sqrt[3]{3}}$

54. Bestimme die Lösungsmenge:

a) $9^x = 27$ b) $x^3 = x^{-0.25}$ c) $\left(\frac{1}{x}\right)^{-\frac{1}{2}} = 5$

55. Bestimme die Lösungsmenge:

a) $2^x = 0.5$ b) $27^x = 9$ c) $x^{-6} = -64$

56. Setze $x = a^2b^{-1}c^{0,5}$ und $y = ab^{-0,5}c^2$ in den folgenden Termen ein und notiere das Ergebnis ohne Wurzelzeichen und Bruchstriche, sondern in Potenzen mit gebrochenen Exponenten:
 a) x^2y b) $x^{-1} : y$
57. Berechne:
 a) $6.25^{-0.75}$ b) $0.04^{\frac{3}{2}}$ c) $\sqrt[3]{27^4}$
58. Resultate in vereinfachten Wurzeln angeben (Normalform):
 a) $\sqrt{320}$ b) $\sqrt[3]{162}$ c) $(4\sqrt{2}-\sqrt{11})(3\sqrt{11}+7\sqrt{2})$
59. Resultate in vereinfachten Wurzeln angeben (Normalform):
 a) $\sqrt[3]{\frac{3}{375}}$ b) $\left(3 \cdot 2^{\frac{1}{4}} + 2 \cdot 32^{\frac{1}{4}} - 8^{\frac{3}{4}}\right) \cdot 8^{\frac{1}{4}}$
60. Für welche $x \in \mathbf{R}$ gilt: a) $0,2x^{-2} < 10^{-6}$ b) $x^{-0,4} \geq 10^{-10}$
61. a) $4x^2 - 100 = 0$ b) $(5x - 3)(5x + 3) = 116$
62. a) $36x^2 = \sqrt{2}$ b) $(x + 2)(x - 3)(5x + 2) \cdot x = 0$
 c) $2x^2 = 3x$ d) $5z^2 - 10 = 0$
63. Ein Kreis mit gegebenem Radius r wird durch 3 konzentrische Kreise in 4 flächengleiche Teile zerlegt. Berechne die unbekanntenen Radien.

Potenzfunktionen

64. Schraffiere das Gebiet G (LE = 5H):

$$G = \left\{ P(x|y) \mid x \geq -1 \text{ und } y \leq 2x^0 \text{ und } y \geq x^5 \text{ und } y \leq x^{-2} \right\}$$
65. Der Graph von $y = x^{-2} - 2$ wird um 3 nach oben verschoben, anschliessend wird er an der x -Achse gespiegelt, um 7 nach links verschoben und schliesslich noch an der y -Achse gespiegelt. Wie lautet die Gleichung des so gewonnenen Graphen ?
66. a) Zeichne die Graphen von $f(x) = x^3$, $g(x) = x^{-4}$, $h(x) = -x$ und $i(x) = 4x^0$ in ein einziges KS, LE = 4H.
 b) Beschreibe mit Hilfe von Ungleichungen jenes Gebiet über der x -Achse, das zugleich von allen vier Graphen berandet wird.
 c) Bestimme die Koordinaten aller Eckpunkte dieses Gebietes.

67. Zeichne die Graphen von $f(x) = -x^{-2}$, $g(x) = x^3$ und $h(x) = x^{-5}$ in dasselbe KS. (LE = 5H ; $-1,5 \leq x \leq 1,5$; Farben! ; pro Graph mindestens 7 Punkte berechnen)
68. Die Kurve $y = x^{-4}$ wird an der x-Achse gespiegelt, darauf um 16 Einheiten nach oben und um eine Einheit nach rechts verschoben.
- Gib die Gleichung der neuen Kurve.
 - Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte der neuen Kurve mit den Koordinatenachsen.
 - Gib die Gleichungen der Asymptoten der neuen Kurve.
69. Zeichne den Graphen von $f(x) = (x - 4)^{-3} + 1$. Zeichne auch die Asymptoten ein und gib deren Gleichungen an.
70. Skizziere in ein KS (nur qualitativ richtig, Farben!):
- $y = x^3$
 - $y = x^{-2}$
 - $y = x^6$
 - $y = x^{-5}$
 - $y = -x^{100}$
 - $y = x^0$
71. a) Schraffiere das Gebiet **G** (LE = 5H):

$$G = \{ P(x|y) \mid x > 0 \text{ und } y \geq 0,5x^{-1} \text{ und } y \leq 2\sqrt{x} \text{ und } y \geq 0,25x^3 \}$$
- b) Berechne die Koordinaten der Eckpunkte von **G** (sowohl exakt als auch auf 3 signifikante Ziffern)
72. Gib den grösstmöglichen Definitionsbereich **als Intervall** an :
- $a(x) = \sqrt[3]{x^2-3}$
 - $b(x) = \sqrt[6]{5-x} : \sqrt[7]{x+7}$
 - $c(x) = (10-(x^2)^{\frac{1}{3}})^{\frac{5}{9}}$
73. Skizziere in **ein** KS folgende Kurven (nur qualitativ richtig, LE: 5H) :
- $y = x^q$ mit $q = 1/2 ; -3/2 ; 0 ; 7 ; 0,999 ; \pi^{-1}$
(immer **max.** Definitionsbereich, Farben, Kurven anschreiben)
74. Skizziere in **ein** KS folgende Kurven (nur qualitativ richtig) :
- $y = x^p$ mit $p = 1/4 ; 1,7 ; (10)^{-0,5} ; \pi/2 ; 1,01$
(immer max. Definitionsbereich, Farben, Kurven anschreiben)
75. Zeichne folgende Kurven in ein KS (immer max. Definitionsbereich, Farben, Kurven anschreiben):
- $y = x^{-\frac{1}{\pi}}$
 - $y = x^{\sqrt{0,3}}$
 - $y = \sqrt{|x|}$
76. Die Kurve $y = x^{0,5}$ wird um 4 Einheiten nach links verschoben, bezüglich der x-Achse (parallel zur y-Achse) mit dem Faktor 3/2 gestreckt und um 3 Einheiten nach oben verschoben. Wie lautet die Gleichung der neuen Kurve ?

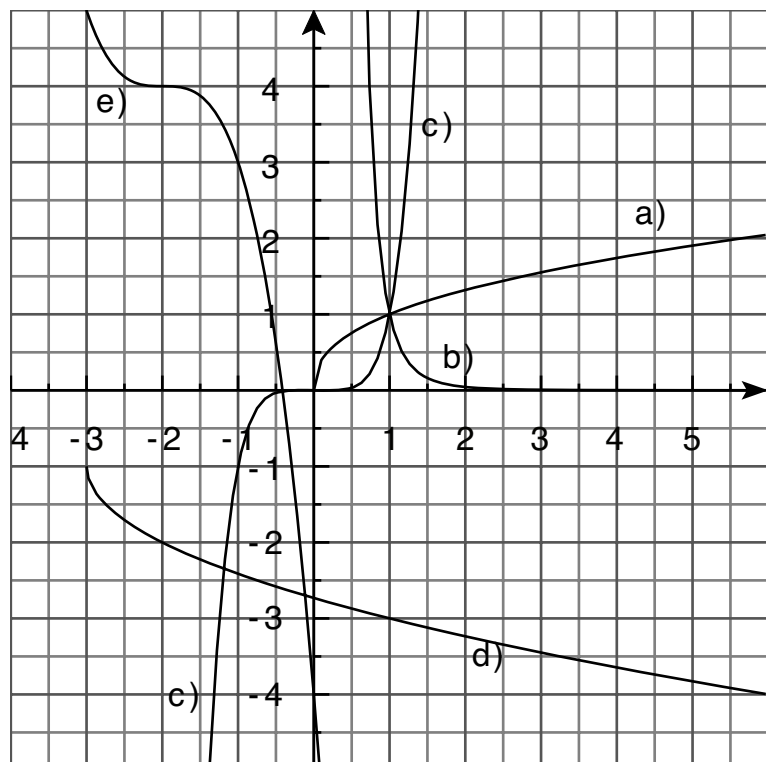
77. Zeichne die beiden Kurven $y = \pm(x + 2)^{0,5} - 4$. Schraffiere eines der entstehenden Teilgebiete der Ebene und beschreibe es mit Hilfe von Ungleichungen.

78. Zeichne die Kurven mit den nachstehenden Gleichungen in ein geeignetes KS (immer maximalen Definitionsbereich wählen, Zeichnung muss nur qualitativ richtig sein; Kurven anschreiben, für jede Kurve eine andere Farbe!):

- a) $y = x^{100}$ b) $y = x^0$ c) $y = x^{0.99}$ d) $y = x^{-1.1}$
 e) $y = x^{-1}$ f) $y = x$ g) $x = 1$ h) $y = \sqrt[100]{x}$

79. Die nebenstehenden Kurven sind Graphen von Potenzfunktionen.

Gib von jeder Kurve eine passende Gleichung (Beachte die Definitionsbereiche!)



Potenzen: Lösungen

1. a) $a^2(1+a^2)(1-a^2)/((a^2(a^2+1))) = 1 - a^2$
 b) $(x^n(x^n + 1)(x^n - 1))/(x^n(x^{2n} + 1)(x^n + 1)(x^n - 1)) = 1/(x^{2n} + 1)$
2. a) $x^2(1 + x^2)/((x^2(x^2 + 1)(x^2 - 1)) = 1/(x^2 - 1)$
 b) $a^n(1 - a^{2n})(1 + a^{2n})/(a^n(1 - a^{2n})) = 1 + a^{2n}$
3. a) $3,7 \cdot 10^8 : 9'936'000 = 37,2$ (Jahre)
 b) $3,7 \cdot 10^8 : (400 \cdot 3000) = 308$ (Bücher)
4. $8x^3 - 12a^2bx^2 + 6a^4b^2x - a^6b^3$
5. a) $(3^5)^{100} = 243^{100} < (4^4)^{100} = 256^{100} \implies$ **wahr**
 b) $3 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 12^{150} = 11 \cdot 7 \cdot 12^{150} < 12 \cdot 12^{150} \implies$ **falsch**
6. a) $2,35 \cdot 10^9$ b) $5,68 \cdot 10^{24}$
7. a) $2^{(2n-1)}$ b) $3^6 = 729$ c) $3^8 = 6561$
 d) $8^n \cdot x^{(n-2)} \cdot y^n \cdot z^{(2n-2)}$ e) $a^{((x+13) \cdot y)} = a^{(xy+13y)}$
 f) $7^2/m^2 \cdot m^3 = 49m$ g) $-0,5b^3 + 3/4 \cdot b^2$
8. a) $x^3 = 3 \cdot 9 = 3^3; x = 3$ b) $x = \pm 4$ c) $x = 7^7 + 7^2 = 823'592$
9. a) $x \leq -1$ oder $x \geq 3$
 b)
 c) Berechne die Koordinaten der Eckpunkte von G.
 c) $p \cap g: x^2 - 2x - 5 = 0; x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{6}; P_{1/2}(1 \pm \sqrt{6} | 2) = P_{1/2}(3,45; -2,45 | 2)$
10. a) $(a^2b^6c^{-5})^{-2} \cdot (a^{-3}bc^2)^3 = a^{-13} \cdot b^{-9} \cdot c^{16}$
 b) $(4x^6 + 5x^{-3}) \cdot 7^8 \cdot x^8 = 4 \cdot 7^8 \cdot x^{14} + 5 \cdot 7^8 \cdot x^5 = 23'059'204x^{14} + 28'824'005x^5$
 c) $a^{n+1} \cdot b^{1-2n} \cdot b^{3-3n} \cdot a^{n-1} = a^{2n} \cdot b^{4-5n}$
 d) $(1-x^{4n}) : (1-x^{2n}) = 1 + x^{2n}$
 e) $a^{-6} + 6a^{-4} + 12a^{-2} + 8$
 f) $+x^{360}$
11. $a^3 \cdot b^{-12} \cdot a^{-4} \cdot b^{-14} = a^{-1} \cdot b^{-26}$
12. a) $a^4 - 4a^2 + 6 - 4a^{-2} + a^{-4}$
 b) $(a^8 - 4a^6 + 6a^4 - 4a^2 + 1)/a^4$ (als Bruch)

13. a) $x^{-9} + 6x^{-6} + 12x^{-3} + 8$ b) $a^2bc^2 \cdot (a^{-8}b^4/c^{12}) = a^{-6}b^5c^{-10}$
 c) $(\sqrt{x})^8 \cdot x^{-4} - 1 = 0$ d) $(x^{n+1} \cdot x^{1-n}) / (y^{2n-1} \cdot y^{2-2n}) = x^2y^{-1}$
 e) $+x^{120}$
14. a^{22}/b^{18}
15. a) $1/(a^2-1)$ b) $m^{2k} + n^k$
16. a) $x_{1,2} = \pm 1/3$
 b) $\dots = 2^{-8} \implies x^{-3} = -8 = (-1/2)^{-3} \implies x = -1/2$
 c) $\sqrt{8} = (\sqrt{2})^3 \implies -3x = \sqrt{2} \implies x = -\sqrt{2}/3$
17. a) $x = \pm 5$ b) $x^3 = -8 ; x = -2$ c) $x = 9^9 - 9^2 = 387'420'408$
18. a) $18 + 3x = -6 ; x = -8$
 b) $x^5 = 2^{-24}/2 = 2^{-25} = (2^{-5})^5 ; x = 2^{-5} = 1/32 ;$
 c) $6^6 - 36 = x = 6^2(6^4 - 1) = 36 \cdot 1296 = 46'620$
19. a) $1,235 \cdot 10^{-8}$ b) $1,235 \cdot 10^{-17}$ c) $1,235 \cdot 10^{18}$
20. $n = 77$
21. a) $z^n \rightarrow 0$ b) $z^n \rightarrow +\infty$
22. a) $z = 8.77 \cdot 10^{-15}$ b) $z = 2.35 \cdot 10^{14}$
23. a) $1,5 \cdot 10^{11} : 10^{-10} = 1,5 \cdot 10^{21}$ b) $1,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-6} \text{kg} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{g}$
24. $ME : Me = (1,1 \cdot 10^{12} \cdot 10^9 \text{m}^3 \cdot 5,5 \cdot 10^3 \text{kg}) / (9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot \text{m}^3) = 6,65 \cdot 10^{54}$
25. $N = 2\pi \cdot 6,5 \cdot 10^6 \text{m} / (2 \cdot 10^{-4} \text{m}) = 2,04 \cdot 10^{21}$
26. a) $-36a^4$ b) $-\frac{x^5z^5}{y^5}$ c) $\frac{72b^7}{a}$
27. a) $5a^4b^3 + 6a^3b^4$ b) $a^{-4} - 2a^{-2}b^{-1} + b^{-2} = \frac{b^2 - 2a^2b + a^4}{a^4b^2}$
28. a) 4 b) -64 c) $\frac{a^5}{2b^{10}c^{11}d}$
29. a) $\frac{m-n}{m+n}$ b) a^n

30. a) $-36a^6$ b) $2x^7y$ c) $\frac{g^2}{ef^5}$
31. a) $-x^{-4n-1}$ b) 2 c) $p^{-1}q^8r^5$
32. a) $4x^2+4xz^{-1}+z^{-2}$ b) a^6-a^{-5}
33. a) $3 \cdot 8^{-1}a^{-1}$ b) $a^5b^4c^{-5}$ c) $10x^{-9}$
34. a) $16/z^{11}$ b) v^3w^5/u^4 c) $3/b^5$
35. a) $a^{82/35}$ b) $a^{-1,25} = a^{-5/4}$ c) $(a^{-5/8})^{1/6} = a^{-5/48}$
d) $(16a^2)^{1/4} = 2 \cdot a^{0,5}$ (es ist $a > 0$!) e) $3xy^2z^2$
f) $a^{((0,5+1) \cdot 1/3 + 1) \cdot 1/4 + 1} \cdot 1/5 = a^{11/40}$
g) $(2^{-0,5}a^{1/12}b^{-0,5})^{-2/5} = 2^{1/5}a^{-1/30}b^{1/5}$
h) $x^{-0,5}y^{0,25}x^{15/8}y^{5/8} = x^{11/8}y^{7/8}$
36. a) $s^{-1} \cdot s^{1/4} = s^{-5/4} = s^{-1,25}$ b) $3p^2q^2r$ c) $s^{82/35}$
d) $s^{-5/48}$ e) $s^{(((1/5 + 1) \cdot 1/4 + 1) \cdot 1/3 + 1) \cdot 1/2} = s^{43/60}$
f) $(82s^2 - s^2)^{1/4} = 3s^{1/2}$ (es ist $s > 0$!)
g) $(3^{1/2}m^{-1/12}n^{1,25})^{-2/5} = 3^{-1/5}m^{1/30}n^{-1/2}$
h) $m^{3/4}n^{1/4}m^{-5/4}n^{5/8} = m^{-1/2}n^{7/8}$
37. a) $7^{3/7} \cdot 7^{4/5} \cdot 7^{-1/2} = 7^{51/70}$ b) $(20 - 16)^{1/20} = 2^{1/10}$
c) $2^{((1/4 + 1) \cdot 1/3) \cdot 1/2} = 2^{5/24}$ d) $(2^2 \cdot 2^{3/2} \cdot 2^{-4/3})^{1/3} = 2^{13/18}$
38. a) $2 \cdot \sqrt[5]{3}$ b) $(2 \cdot 5^5)^{3/4} = 125 \cdot \sqrt[4]{1000}$ c) $6 \cdot \sqrt[3]{10}$
39. a) $10^{3/200} = 1,035$ b) $2^{-300} = 4,909 \cdot 10^{-91}$
c) $(2^{200} \cdot 2^{-840})^{0,5} = 2^{-320} = 4,682 \cdot 10^{-97}$
40. a) $a^{-2}bn^{4,5}c^4 = a^{-2}\sqrt{b^9} \cdot c^4$ b) $a^{1,5}b^{-2,5}c^{-3} = \sqrt{a^3b^{-5}} \cdot c^{-3}$
c) $b^{-1,5}c - a^{0,5} = \sqrt{b^{-3}} \cdot c - \sqrt{a}$
41. a) $(a \cdot a^{1/12})^{1/5})^{1/6} = a^{73/360}$ b) $a^{-9/2}b^{1/2}a^{15/8}a^{-5/4}b^{5/4} = a^{-31/8}b^2$
c) $3 \cdot c^{2/3}$ d) $b^{2/8}\sqrt{a^{3T}}$

42. a) $a^{1/2}$ b) $a^{1,4} = a^{7/5}$ c) $2^{61/32}$ d) $2^{19/42}$
43. a) $2^{-123/10}$ b) $c^{7/2}$ c) b^{-1} d) 7^{-4} e) 64
44. a) $2^{20/3}$ b) $10^{-2/3}$ c) $10^{-3/100}$ d) 20^{-3}
45. a) $x_1 = 0$; $x_{23} = \pm\sqrt{3}$ b) $y = -\pi^{1/3}$ c) $z_{12} = 8 \pm \sqrt{5}$
d) $\{0, 2^{-1/7}, 2^{3/4}, 2^{-3/2}\}$ e) $\pm(a^2)^{1/4} = \pm|a|^{1/2}$
f) $\pm|b|^{1/3} = \pm(-b)^{1/3}$
46. a) $x_1 = 0$; $x_{23} = \pm 11^{1/10} = \pm 1.27$ b) $y = -2^{1/10} = -1.07$
c) $(7-z) = \pm 2$; $z_1 = 5$; $z_2 = 9$ d) $x = \pm|a|^{1/5} = \pm(-a)^{1/5}$
e) $y = 2^{1/\pi} = 1.25$ f) $z = 10^{-8/7} = 0.0720$
47. a) $x = -1$ b) unlösbar c) $z = \pm 2^{1/6} = \pm 1.12$
d) $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 7$ e) $y = -1$ f) $x = 2^{-3/4} = 0.595$
48. a) $r = (3V/2\pi)^{1/3} \Rightarrow M = \pi(3V/2\pi)^{2/3} \sqrt{5} = \pi^{1/3} 3^{2/3} 2^{-2/3} 5^{1/2} V^{2/3}$
b) $= \sqrt[3]{(\pi(3V/2)^2) \cdot \sqrt{5}}$ c) $4.291 \cdot V^{2/3}$
49. a) 2 b) 64 c) 243
50. a) $6\sqrt{5}$ b) $3\sqrt[3]{4}$ c) $30 + 10\sqrt{21}$
51. a) $1/3$ b) -2
52. a) $x^{-\frac{5}{12}}$ b) $a^{-\frac{3}{2}}$
53. a) $5^{\frac{1}{12}}$ b) $2^{-\frac{1}{6}}$ c) $3^{\frac{5}{6}}$
54. a) $3/2$ b) 1 c) 25
55. a) -1 b) $2/3$ c) unlösbar
56. a) $a^5 b^{-2,5} c^3$ b) $a^{-3} b^{1,5} c^{-2,5}$

57. a) $1/_{125} = 0.008$

b) $1/_{27}$

c) 81

58. a) $8\sqrt{5}$

b) $3\sqrt[3]{6}$

c) $23+5\sqrt{22}$

59. a) $1/5$

b) 6

60. a) $|x| > 100 \cdot \sqrt{20}$

b) $0 < x \leq 10^{25}$

61. a) $x_{12} = \pm 5$ b) $25x^2 = 125; x_{12} = \pm\sqrt{5}$

62. a) $x = \pm \sqrt{\sqrt{2}} / 6$

c) $x_1 = 0, x_2 = 3/2$

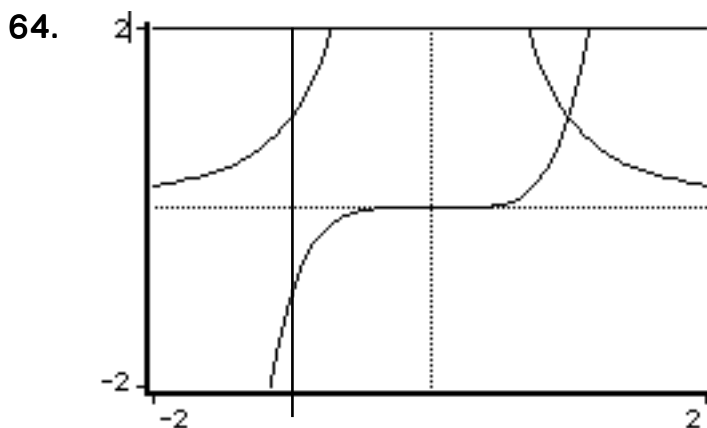
b) $\mathbb{L} = \{-2, 3, -2/5, 0\}$

d) $x_{12} = \pm\sqrt{2}$

63. $4r_1^2\pi = r^2\pi \Rightarrow r_1 = r/2$

$2r_2^2\pi = r^2\pi \Rightarrow r_2 = r\sqrt{2} / 2$

$4r_3^2\pi = 3r^2\pi \Rightarrow r_3 = r\sqrt{3} / 2$



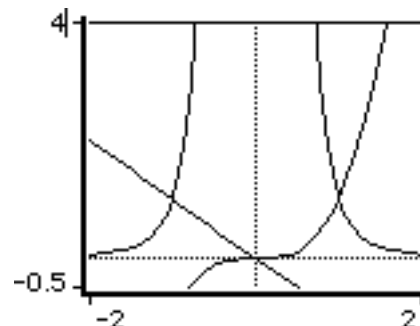
65. $y = x^{-2} + 1 \rightarrow -x^{-2} - 1 \rightarrow -(x+7)^{-2} - 1 \rightarrow y = -(7-x)^{-2} - 1$

66. b) A(0|0) B(1|1);

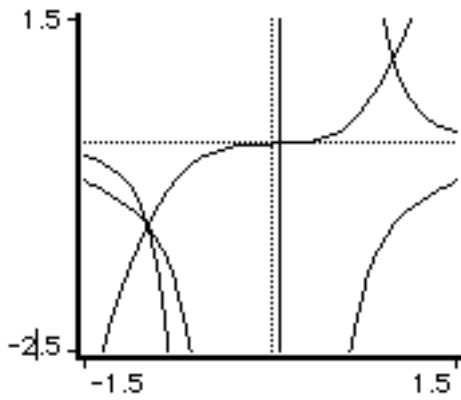
C($\sqrt{0,5}$ | 4) = C(0,707|4);

D($-\sqrt{0,5}$ | 4) = D(-0,707|4) E(-1|1)

c) $G = \{P(x|y) \mid y \leq 4 \text{ u } y \leq x^{-4} \text{ u } y \geq x^3 \text{ u } y \geq -x\}$



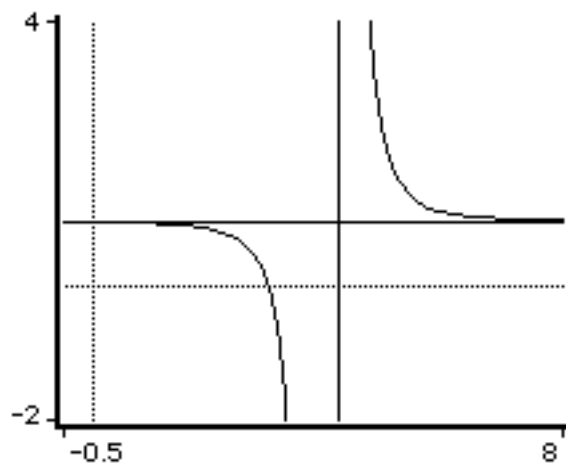
67.



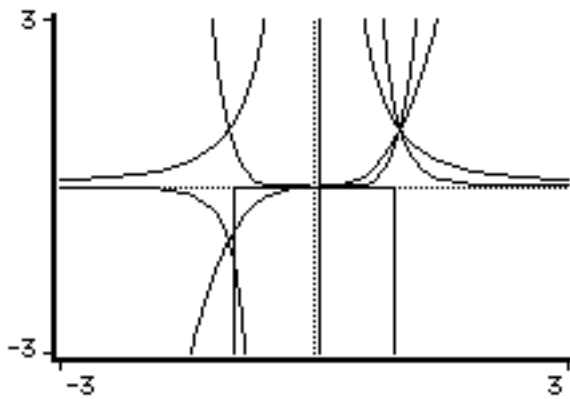
68. a) $y = -(x - 1)^{-4} + 16$
 c) $x = 1 ; y = 16$

b) $S_{12}(1 \pm 1/2 | 0) ; S_3(0 | 15)$

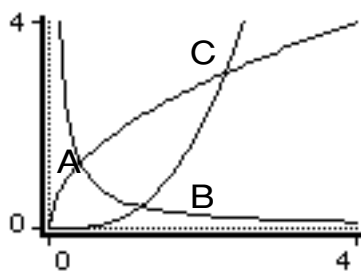
69. $y = 1 ; x = 4$



70.



71.



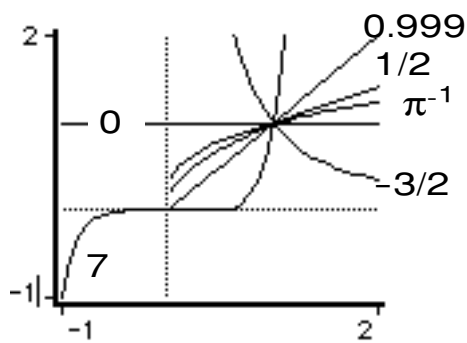
$$A(2^{-4/3} | 2^{1/3}) = (0.397 | 1.26)$$

$$B(2^{1/4} | 2^{-5/4}) = (1.19 | 0.420)$$

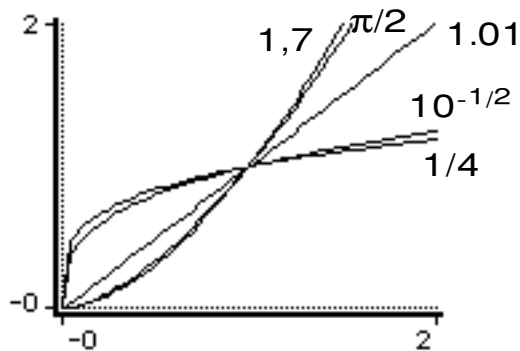
$$C(2^{6/5} | 2^{8/5}) = (2.30 | 3.03)$$

72. a) $\{x|x \leq -\sqrt{3} \text{ oder } x \geq \sqrt{3}\}$ b) $]-7; 5]$ c) $[-\sqrt{10^3}; \sqrt{10^3}]$

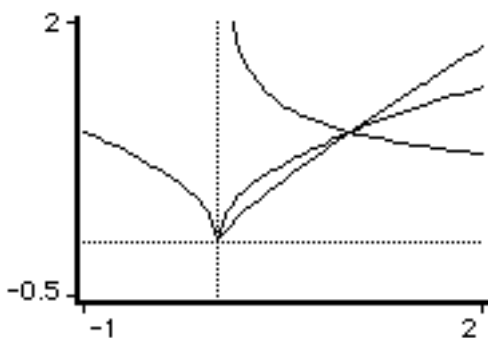
73.



74.



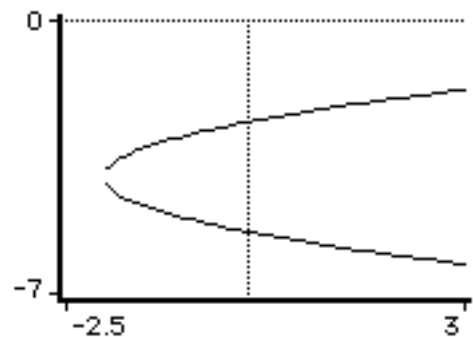
75.



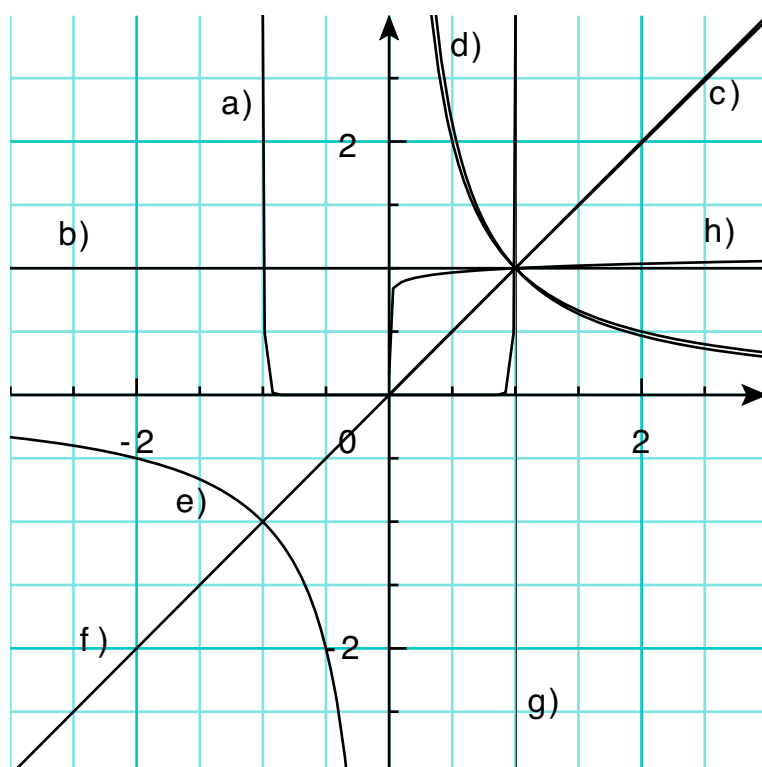
76. $y = x^{1/2}; (x+4)^{1/2}; 1.5(x+4)^{1/2}; 1.5(x+4)^{1/2} + 3$

77. $A = \{P(x|y) \mid x \geq -2 \text{ und } -4 - \sqrt{x+2} \leq y \leq -4 + \sqrt{x+2}\}$

$\bar{A} = \{P(x|y) \mid x < -2 \text{ oder } (y \leq -4 - \sqrt{x+2} \text{ oder } y \geq -4 + \sqrt{x+2})\}$



78.



79. a) $y = x^{0.4}$

b) $y = x^{-4.9}$ oder $y = x^{-5.1}$

c) $y = x^5$

d) $y = -\sqrt{x+3} - 1$

e) $y = -(x+2)^3 + 4$