

# Quadratische Gleichungen und Funktionen

## Quadratwurzeln

1. Vereinfache und schreibe - wenn möglich - ohne Wurzel.  
(alle Lösungsschritte aufschreiben)

a)  $\sqrt{145^2 - 24^2}$

b)  $\sqrt{2500a^4b^2c^6}$

c)  $\sqrt{2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{6\sqrt{3}}$

d)  $\left(\sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}}\right)^2$

e)  $\sqrt{\frac{xy}{z}} : \sqrt{\frac{xz}{y}}$

f)  $\frac{a+b}{\sqrt{a+b}}$

2. Bringe wurzelfreie Faktoren unter die Wurzel:

a)  $8 \cdot \sqrt{8}$

b)  $2a^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4a^2} - \frac{a}{2}}$

3. Radiziere teilweise:

a)  $\sqrt{48}$

b)  $\sqrt{726}$

c)  $\sqrt{45b^3c^5}$

d)  $\sqrt{(ax^3 - bx^3)(a - b)}$

4. Vereinfache und schreibe - falls möglich - ohne Wurzel:

a)  $\sqrt{6400x^4y^6z^2}$

b)  $\sqrt{185^2 - 104^2}$

c)  $\sqrt{3\sqrt{5}} \cdot \sqrt{15\sqrt{5}}$

d)  $\left(\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}\right)^2$

e)  $\sqrt{\frac{a}{bc}} : \sqrt{\frac{c}{ab}}$

f)  $\frac{7+x}{\sqrt{7+x}}$

5. Bringe wurzelfreie Faktoren unter die Wurzel:

a)  $xyz^2\sqrt{\frac{x}{z}}$

b)  $a^2\sqrt{\frac{1}{a} - a}$

c)  $-3\sqrt{7a}$

d)  $3\sqrt{3x - \frac{z}{3}}$

6. Vereinfache (keine Wurzel im Nenner, keine Brüche im Radikanden) :

a)  $\sqrt{108}$

b)  $\sqrt{75a^3x^5}$

c)  $\sqrt{(3m+2n)(n+m)}$

d)  $\sqrt{\frac{64}{45}}$

e)  $\sqrt{222^2 + 888^2}$

f)  $\sqrt{a^2 + \left\{\frac{a}{2}\right\}^2}$

g)  $\sqrt{(3f)^2 - \left\{\frac{3}{f}\right\}^2}$

7. Vereinfache:

a)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$

b)  $\sqrt{8\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2\sqrt{8}}$

c)  $(m^3 + 2\sqrt{n})(m^3 - 2\sqrt{n})$

d)  $\left[\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}\right]^2$

e)  $\frac{a - 2}{\sqrt{a} - \sqrt{2}}$

f)  $\left[\frac{\sqrt{5}}{5}\right]^5 \cdot \sqrt{5}$

8. Vereinfache (Resultate in Normalform):

a)  $\frac{6}{2\sqrt{2} - \sqrt{5}}$

b)  $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

9. Löse (Resultate in Normalform):

a)  $x\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{3} - x\sqrt{3}$

b)  $12 + \sqrt{2} \cdot x = 14 - \sqrt{3} \cdot x$

10. Löse:  $(x - 5) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2} \cdot (x - 4)$  (exakt und auf 4 sign. Ziffern)

11. Die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks soll um 5 cm kürzer sein als die Seite. Berechne die Seite (exakt und auf 4 sign. Ziffern).

12. a) Gib die genaue Definition des Termes  $\sqrt{x}$

b) Wie heisst im Term  $\sqrt{x}$  die Zahl x?

c) Berechne schrittweise eine Näherung von  $\sqrt{7}$  auf 4 sign. Ziffern. Du darfst dabei den Taschenrechner nur zum multiplizieren brauchen.

13. Nenne bei allen Zahlbereichserweiterungen die wir kennen, angefangen bei  $\mathbb{N}_0$ , die neu hinzu kommenden Zahlen, die neu entstehende Zahlmengen und ihr Symbol.

## Quadratische Gleichungen

14. Löse durch quadratisches Ergänzen (ohne Formel !):

a)  $x^2 + 6x - 91 = 0$

b)  $2x^2 - \frac{1}{3}x - 5 = 0$

15. Löse durch quadratisches Ergänzen (**ohne** Formel !):  $\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$

16. Löse durch Quadratisches Ergänzen (ohne Formel !):  $4x^2 - 24x + 27 = 0$

17. Löse durch Zerlegung in Linearfaktoren:  $x^3 - 2x^2 - 15x = 0$
18. Löse mit der Formel: a)  $x^2 - 6x + 7 = 0$     b)  $3x^2 - x - 24 = 0$
19. a)  $3x^2 - 5x - 2 = 0$     b)  $\sqrt{2}x^2 + 2x - \sqrt{2} = 0$   
 c)  $2x^2 + 10\sqrt{2}x + 25 = 0$     d)  $5x^2 - 4x + 1 = 0$   
 e)  $(2x + 1)^2 + 7(2x + 1) - 18 = 0$
20. a)  $5x^2 - 45 = 0$     b)  $(3x - 5)(3x + 5) = 2$
21. a)  $4x^2 + 5x - 6 = 0$     b)  $x^2 - 6x + 4 = 0$   
 c)  $7 + \sqrt{2x - 5} = 2x$
22. a)  $x^2 - 2x - 1 = 0$     b)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$
23. a)  $36x^2 + 96x + 60 = 0$     b)  $(x + 2)(x - 3)(5x + 2) \cdot x = 0$   
 c)  $2x^2 = 3x$     d)  $5z^2 - 10 = 0$
24. a)  $3x^2 - 22x - 35 = 0$     b)  $3x^2 - 7x + 10 = 0$
25. a)  $x^2 - 10x + 61 = 0$     b)  $mx^2 - (m^2 + n)x + mn = 0$
26.  $(2x + 1)^2 - (x - 1)(x + 11) = (3x - 2)^2 - (3x - 4)^2$
27. a)  $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0$     b)  $x^2 - 2x + 2 = 0$
28. Löse mit dem Taschenrechner:  
 a)  $1.34x^2 + 9.642x - 7.583 = 0$     b)  $\pi^2 \cdot x^2 - 13.474 \cdot x - 10^3 = 0$
29. a)  $20x^2 - 41x + 20 = 0$     b)  $x^2 - 8\sqrt{3} \cdot x + 36 = 0$   
 c)  $\pi x^2 + 20.45x + 4.937 = 0$     d)  $x^8 + 61x^5 - 8000x^2 = 0$
30. Löse irgendwie:  
 a)  $3x^2 - 15 = 0$     b)  $3x^2 - 15x = 0$     c)  $3(x - 15)^2 = 12$   
 d)  $(3x + 5)^2 - x(7x - 3) = 29x + 45$     e)  $x^2 + x + 1 = 0$   
 f)  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - 2 = 0$     g)  $\frac{x + 3}{x} + \frac{x}{x - 2} = 5$

31. Löse:

a)  $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}} = x$

b)  $7x^2 - 98 = 0$

c)  $150 + 6x^2 = 0$

d)  $(2x - 4)(x + 5) = (x + 3)^2$

32. Löse:

a)  $(4x + 3)^2 = (3x + 3)(5x + 3)$

b)  $x^2 - 5x - 36 = 0$

c)  $\frac{x - 2}{x + 2} + \frac{x + 2}{x - 2} = 5$

d)  $\frac{5x}{x - 2} - \frac{4x + 3}{x + 1} = \frac{10}{x - 2}$

33. Löse:

a)  $x^2 + 6x + 7 = 0$

b)  $5x^2 = \frac{1}{3}x$

c)  $21x^2 + 28x - 84 = 0$

d)  $8x^2 = \sqrt{2}$

e)  $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$

f)  $(2x+5)(x-3)(x+2) = (x+2)^3$

34.  $\left(\frac{12x - 5}{18}\right)^2 - 15 \cdot \frac{12x - 5}{18} + 36 = 0$

35.  $\pi^3 \cdot x^2 - 5 \cdot \sin 37.4^\circ \cdot x - \sqrt{7} = 0$

36. Gib die Lösungen mit 4 signifikanten Ziffern:  $12.34x^2 - 56.78x - \pi = 0$

37. Löse durch quadratisches Ergänzen (**ohne** Formel !):

$$2x^2 - \frac{1}{3}x - 5 = 0$$

38.  $mx^2 - (m^2 + n)x + mn = 0$

39.  $\frac{5x}{x - 2} - \frac{4x + 3}{x + 1} = \frac{10}{x - 2}$

40.  $\sqrt{2} \cdot x^2 + 2x - \sqrt{2} = 0$

41. Löse:

a)  $\frac{z}{2z - 3} - \frac{1}{2z} = \frac{3}{4z - 6}$

b)  $\sqrt{x - 3} - \sqrt{x + 6} - 9 = 0$

c)  $(x + 4)^4 + (x - 4)^4 = 90082$

42. Löse:

a)  $\sqrt{13 - 4x} = 2 - x$

b)  $\sqrt{2x + 5} + 1 = \sqrt{2x + 12}$

c)  $3x^4 - 10x^2 + 3 = 0$

d)  $(x^2 - 2x + 1)^2 + 7(x^2 - 2x + 1) = 144$

43. Löse:

a)  $\sqrt{13 - 4x} = 2 - x$

b)  $\sqrt{2x + 5} + 1 = \sqrt{2x + 12}$

c)  $3x^4 - 10x^2 + 3 = 0$

d)  $(x^2 - 2x + 1)^2 + 7(x^2 - 2x + 1) = 144$

e)  $(x + 4)^4 + (x - 4)^4 = 90'082$

44. Löse:

a)  $\frac{x}{2x - 4} - \frac{4}{x + 2} = \frac{1}{x - 2}$

b)  $x^6 - 98x^3 - 3375 = 0$

c)  $x^2 + 7x + 20 = 10\sqrt{x^2 + 7x + 4}$  (Tip: Substitution)

45. Löse:  $x^2 + 7x + 20 = 10\sqrt{x^2 + 7x + 4}$  (Tip: Substitution)

46. a)  $\frac{x}{2x - 4} - \frac{4}{x + 2} = \frac{1}{x - 2}$

b)  $\frac{3}{4}x^2 - 10x = 0$

47.  $\frac{x^2}{x - 2} - \frac{4}{x - 2} - 3 = 0$

48. a)  $\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{49}{4}$

b)  $\frac{5x}{2x - 5} - \frac{7x - 9}{x} = 11$

49. a)  $1,23x^2 - 2,31x - 3,12 = 0$  (Resultat auf 3 signifikante Ziffern)

b)  $\frac{3x}{2x + 3} - \frac{2}{x} = -\frac{9}{4x + 6}$

50. a)  $x - \frac{9}{x} = 4\sqrt{x} - \frac{12}{\sqrt{x}}$

b)  $3x^2 - 11xy + 40y - 96 = 0$   
 $5x - 5y = 3x + 3y$

51. Löse:

a)  $\sqrt{13 - 4x} = 2 - x$

b)  $\sqrt{2x + 5} + 1 = \sqrt{2x + 12}$

c)  $3x^4 - 10x^2 + 3 = 0$





75. Löse mit einer Gleichung: Die Quadrate zweier aufeinanderfolgender ganzer Zahlen haben die Summe 2113. Wie heissen diese Zahlen?
76. Eine Kreissehne ist um 6cm länger als der Radius und hat einen Abstand von 2cm vom Kreismittelpunkt. Wie lang ist die Sehne ?
77. Wird zu einer Zahl ihre Kehrzahl addiert, so ergibt sich  $13/6$ .
78. Eine Strecke der Länge 17m wird so geteilt, dass sich die kleinere Teilstrecke zur grösseren gleich verhält wie die grössere Teilstrecke zur ganzen Strecke. Berechne die beiden Teilstrecken (exaktes Resultat und vierziffrige Näherung).
79. Die Entfernung Erde - Mond beträgt  $3,844 \cdot 10^5$ km, die Lichtgeschwindigkeit ist  $2,998 \cdot 10^8$  m/sec.  
Wielange braucht das Licht von der Erde zum Mond ?
80. Die Entfernung Erde - Mond beträgt  $3,844 \cdot 10^5$ km, die Lichtgeschwindigkeit ist  $2,998 \cdot 10^8$  m/sec.  
Wielange braucht das Licht von der Erde zum Mond ?
81. Die Differenz zweier ganzer Zahlen ist 2. Ihr Produkt ist um 84 kleiner als die Summe ihrer Quadrate.
82. In einem rechtwinkligen Dreieck misst die Hypotenuse 20cm. Die eine Kathete ist das arithmetische Mittel ("Durchschnitt") aus der Hypotenuse und der anderen Kathete. Berechne die Länge der Katheten.
83. Der Kreis k um den Ursprung mit Radius  $r = 10$  schneidet die Gerade  $g: y = 2x + 4$  in zwei Punkten. Bestimme die Koordinaten dieser Punkte
84. Gib eine quadratische Gleichung der Form  $ax^2 + bx + c = 0$  an
- mit den Lösungen  $2 \pm \sqrt{5}$  und  $a = 2$
  - mit denselben Lösungen wie  $\sqrt{7}x^2 + \frac{7}{5}x - \frac{\sqrt{7}}{3} = 0$  und  $a = \sqrt{13}$
  - mit  $x_1 = -2$ ,  $a = 5$  und  $b = 8$ . Gib auch  $x_2$  an.
  - mit Lösungen, die um 4 grösser sind als die von  $5x^2 - x - 1 = 0$ , wobei  $a$ ,  $b$  und  $c$  möglichst einfach und ganzzahlig sein sollen.
85. Diskutiere:  $ax^2 + 4x + 3 = 0$



86. Für welche Werte des Parameters  $p$  hat die Gleichung  $x^2 + 2px + 6 = 0$  a) zwei Lösungen b) eine Lösung c) keine Lösung ?
87. Diskutiere:  $(p + 2)x^2 + 2px - (p - 2) = 0$
88. Löse **ohne** Diskussion:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + a} + \frac{1}{x + 2a} = 0$
89. Für welche Werte des Parameters  $p$  hat die Gleichung  $x^2 + 2px + 3 = 0$  zwei Lösungen ?
90. Die Gleichung  $5x^2 + 3x - 17 = 0$  hat zwei Lösungen. Gib eine Gleichung mit ganzzahligen Koeffizienten an, deren Lösungen  
a) um 7 grösser b) 9 mal grösser sind.

## Quadratische Funktionen und Anwendungen

91. Gib von folgenden Parabeln die **Koordinaten** des Scheitels  $S$  und des  $y$ -Achsen- Schnittpunktes  $Q$ , die **Gleichung** der Symmetrieachse und die Richtung der Parabelöffnung an:  
a)  $y = -2x^2 + 4$  b)  $y = 4x - 2x^2$  c)  $y = -x^2 + 4x - 2$  d)  $y = 5(x + 5)^2 + 5$
92. Gib die Gleichung einer Parabel an mit der einzigen Nullstelle  $x_1 = -7$ .
93. Gib die Gleichung der Parabel an, die bestimmt ist durch die Punkte  
a)  $P(1|1)$ , Scheitel  $S(4|4)$  b)  $P(2|10)$ ,  $Q(-3|20)$ ,  $R(-2|10)$
94. Bringe die Parabelgleichung  $p: y = 2x^2 - 12x + 29$  auf die Form  $p: y = a(x - u)^2 + v$  und gib die Scheitelkoordinaten an .
95. Die Parabel  $p_1: y = x^2$  wird um den Vektor  $\vec{v}$  verschoben. Gib die Gleichung der verschobenen Parabel in der Form  $p_2: y = ax^2 + bx + c$  .  
Es ist  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$
96. Die Parabel  $p_1: y = x^2 + 2x + 2$  wird um den Vektor  $\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$  verschoben. Gib die Gleichung der verschobenen Parabel in der Form  $p_2: y = ax^2 + bx + c$  .

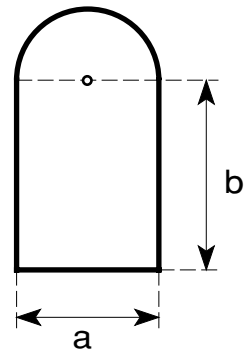
97. Die Parabel  $p_1: y = 2(x - 1)^2 + 3$  wird gespiegelt an  
 a) der Geraden  $y = 1$    b) der Geraden  $x = 0$   
 c) dem Punkt  $P(-1|-1)$    d) ihrer Symmetrieachse.  
 Gib jedesmal die **Normalform** der Gleichung der gespiegelten Parabel an.
98. Zeichne folgende Parabeln in **ein** KS (ganzes A4-Blatt, Einheit: 2 Häuschen,  $-6 \leq x \leq 8$ , Farben !, Kurven anschreiben):  
 a)  $p_1: y = 2x^2$    b)  $p_2: y = -0,25(x - 4)^2 + 5$    c)  $p_3: y = x^2 + 4x - 5$
99. Geg:  $f(x) = (x - 3)(x + 7)$ ;  $g(x) = -(x - 2)^2 - 4$ ;  $h(x) = 2 + 10x - x^2$ .  
 Bestimme jeweils Parabelöffnung, Scheitel und eventuelle Nullstellen.
100. Die Parabel  $p$  ist eine verschobene Normalparabel und hat die Nullstellen  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 6$ . Bestimme den Scheitel und die Gleichung von  $p$ .
101. Gib die Gleichung der Parabel an, die bestimmt ist durch die Punkte  $P(2|10)$ ,  $Q(-3|20)$ ,  $R(-2|10)$ .
102. Gegeben: Parabel  $p: y = 0,5x^2 - 3x + 2,5 = 0,5(x - 3)^2 - 2$   
 Gerade  $g: y = 2x - 8$   
 a) Zeichne  $p$  und  $g$  in **ein** KS.  
 b) Bestimme zeichnerisch **und** rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte von  $p$  und  $g$ .  
 c)  $t$  sei eine Tangente an  $p$ , die parallel zu  $g$  ist. Bestimme rechnerisch die Gleichung von  $t$  und die Koordinaten des Berührungspunktes.
103. a) Bestimme die Gleichung der Form  $p: y = x^2 + bx + c$  einer Parabel, welche durch  $A(2|-3)$  und  $B(1|12)$  geht.  
 b) Bestimme die Gleichung der Form  $p: y = a(x - u)^2 + v$  einer Parabel mit Scheitel  $S(2|-1)$ , welche durch  $A(4|2)$  geht. Gib die Gleichung auch in der Normalform an.
104. Berechne den kleinsten Wert sowie die Nullstellen der Funktion  
 $f(x) = 0,32 \cdot x^2 + 1,28 \cdot x - 1$
105. Die Parabel mit der Gleichung  $p: y = 2(x - 4)^2 + 5$  wird an der  $y$ -Achse gespiegelt. Das Spiegelbild wird anschliessend um 4 Einheiten nach oben verschoben. Gib die Gleichung der neuen Parabel  $p'$  in der **Normalform**. (keine Zeichnung nötig!)

106. a) Zeichne die Graphen folgender Funktionen in **ein** Koordinatensystem ( $-7 \leq x \leq 3$  ;  $-5 \leq y \leq 6$ , Graphen anschreiben):  
 $f(x) = -0.5x^2$  ;  $g(x) = -0.5x^2 + 3$  ;  $h(x) = 0.5(x + 3)^2 - 3$  ;  $i(x) = 2x - 3$  ;  $k(x) = 2$   
 b) Gib für jede Parabel bei a) die Koordinaten des Scheitels und die **Gleichung** der Symmetrieachse an.
107. Gib die Gleichung einer Parabel an, welche die gleiche Form wie die Normalparabel hat, deren Öffnung nach unten zeigt, und die den Scheitel  $S(-4|-3)$  hat.
108. Die Parabel mit der Gleichung  $y = ax^2 + c$  geht durch  $P(4|6)$  und  $Q(-2|4.5)$ . Bestimme  $a$  und  $c$ .
109. Gib die Koordinaten des Scheitels der Parabel mit der Gleichung  $y = 2x^2 - 6x + 9$  an.
110. a) Zeichne die Parabel  $p: y = x^2 - 8x + 9$  für  $0 \leq x \leq 8$ . b) Zeichne ins gleiche KS die Gerade  $g: y = 4$ . c) **Lies** die Koordinaten der Schnittpunkte von  $p$  und  $g$  ab. d) **Berechne** diese Koordinaten.
111. Gegeben: Parabel  $p: y = 0.25 \cdot x^2$  ; Gerade  $g: y = mx - 1$  .  
 a) Bestimme für  $m = 2$  die Koordinaten der Schnittpunkte von  $p$  und  $g$ .  
 b) Bestimme  $m$  so, dass  $g$  Tangente an  $p$  ist.
112. Mit einem 280cm langen Draht ist das Kantenmodell eines Quaders herzustellen, bei dem eine Kante doppelt so lang ist wie eine andere und dessen Oberfläche maximal ist. Wie lang sind die Kanten und wie gross die maximale Oberfläche ?
113. a) Welche 2 Zahlen mit der Summe 46 haben das grösste Produkt ?  
 b) Welche 2 Zahlen mit der Differenz 46 haben das kleinste Produkt ?
114. a) Berechne die Schnittpunkte von  $p: y = -x^2 - 4x + 2$  und  $g: y = -0.5x$  .  
 b) Berechne  $m$  so, dass  $t: y = mx + 3$  eine Tangente an  $p$  ist. Gib auch die Koordinaten des Berührungspunktes  $B$  an.

115.

Mit 24cm Draht soll nebenstehende Figur gebildet werden (Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis).

Wie müssen die Längen  $a$  und  $b$  gewählt werden, damit die Fläche der Figur maximal wird?



116. Gegeben:  $M = \{P(x|y) \mid x^2 + y^2 \leq 16 \text{ und } y \leq 0.25x^2 - 2x + 4 \text{ und } x \geq -3 \text{ und } y \geq x - 2\}$

a) Stelle  $M$  in der  $xy$ -Ebene dar.

b) Berechne die Koordinaten der "Eckpunkte" von  $M$ .

117. a) Zeichne folgende Parabeln in **ein** KS:  $p_1: y = 0.5x^2$ ;

$$p_2: y = -0.25x(x-8)$$

b) Bestimme  $m$  so, dass die Gerade  $g: y = mx - 8$  Tangente an  $p_1$  ist.

c) Zeichne die Gerade  $g$  für  $m = -4$ . Schraffiere das Gebiet  $M$ , dessen Rand aus je einem Stück von  $p_1$ ,  $p_2$  und  $g$  besteht (Rand eingeschlossen) und beschreibe  $M$  mit Ungleichungen.

118. Bestimme den Wert des Parameters  $k$  so, dass  $g$  eine Tangente an  $p$  ist. Berechne den Berührungspunkt  $B$ .

$$g: y = x + k; \quad p: y = 2k \cdot x^2 + k \cdot x + 1$$

119. Bestimme die Koordinaten jenes Punktes  $F$  auf  $g$ , der von  $P$  die kleinste Entfernung hat. Berechne auch den Abstand des Punktes  $P$  von  $g$ .

$$g: y = 2x - 1; \quad P(6|4)$$

120. Löse: a)  $x^2 + x - 42 > 0$       b)  $-4x^2 + 28x - 49 \geq 0$       c)  $x^2 < 2x + 4$

121. Schraffiere das Gebiet  $G$  (Sorgfältige Zeichnung!).

Eine Ecke von  $G$  hat keine ganzzahligen Koordinaten. **Berechne** diese.

$$G = \{P(x|y) \mid y \geq 0.5(x+2)^2 - 2 \text{ und } y \leq 4 - 0.25x^2 \text{ und } x \leq 0 \text{ und } y < -0.5x + 1\}$$

122. **Berechne** die Schnittpunkte von  $p_1$  und  $p_2$  sowie von  $p_1$  und  $g$ :

$$p_1: y = 4 - 0.25x^2; \quad p_2: y = -0.5(x-2)^2 + 3; \quad g: y = 0.5x$$

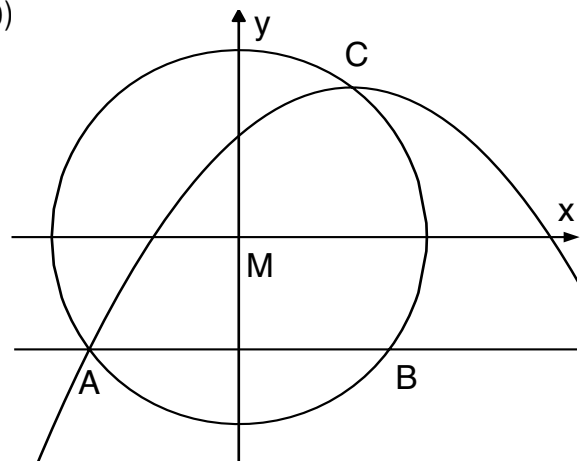
123. a) Die Parabel  $p: y = 2(x - 3)^2 + 4$  wird um 5 nach oben verschoben.  
Bestimme die Normalform der Gleichung der Bildparabel  $p'$  sowie den Scheitel  $S'$ .  
Gleiche Frage für:
- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| b) Verschiebung um 5 nach links | c) Spiegelung an der $y$ -Achse |
| d) Spiegelung an der $x$ -Achse | e) Spiegelung am Scheitel $S$   |
124. Bestimme die Schnittpunkte von  $p: y = x^2 - 2x + 5$  und  $g: y = 3x + 1$
125. Gib die Gleichung jener Tangente  $t$  an die Parabel  $p: y = 0.5(x - 5)^2 + 4$ , welche parallel ist zur Geraden  $g: y = -2x$ .
126. a) Löse:  $(x + 1)(x - 3) \geq 0$   
b) Schraffiere das Gebiet  $G = \{ P(x | y) \mid y \geq x^2 - 2x - 3 \text{ und } y \leq 2 \}$   
c) Berechne die Koordinaten der Eckpunkte von  $G$ .
127. Löse:  $9x^2 - 9\sqrt{2}x + 4 \geq 0$
128. Aus genau 564cm Draht soll das Kantenmodell einer senkrechten Säule mit einem gleichseitigen Dreieck als Grundfläche (Toblerone) gebaut werden. Wie sind die Kanten zu wählen, wenn die Oberfläche des Körpers maximal werden soll und wie gross ist diese maximale Oberfläche?  
(Resultate auf 4 signifikante Ziffern)

129. Gegeben: Kreis  $k$  mit Mittelpunkt  $M(0 | 0)$   
Punkte  $A(-4 | -3)$ ,  $B(\dots | -3)$ ,  $C(3 | 4)$ ,  
 $C$  liegt auf  $k$  und ist Scheitel einer quadratischen Parabel  $p$  mit  $A \in p$ .

Beschreibe das Innere des "Dreiecks"  $ABC$  mit Hilfe von Ungleichungen.

Tipp:

Bestimme zuerst  $\overline{MC}$ .



- 130.** In einem Quader soll eine der Kanten 4 mal so lang sein wie eine andere und die Summe aller Kanten soll 84 cm betragen. Wie müssen die drei Kanten gewählt werden, wenn die Raumdiagonale maximale Länge haben soll? (Tipp: untersuche das Quadrat der Raumdiagonalen)
- 131.** Ein Schäfer hat z Meter Zaun zur Verfügung und will damit längs einer geraden Mauer ein rechteckiges Stück Weide mit möglichst grosser Fläche auf drei Seiten einzäunen. Wie wird er die Rechtecksseiten wählen?
- 132.** Zeichne folgende Punktmenge:  
 $M = \{P(x|y) \mid y \leq -0.25x^2 + 5 \text{ und } (x - 5)^2 + y^2 \leq 25 \text{ und } y \geq x - 4\}$   
Bestimme die Koordinaten aller Eckpunkte. (exakt)
- 133.** Löse:  $x^2 < -4x + 21$
- 134.** Gib eine Definition des Begriffs a) Funktion b) Wertebereich
- 135.** Gegeben sei eine Funktion f. Ein Punkt  $P(x|y)$  liegt auf dem Graph von f. Was lässt sich über die Koordinaten von P sagen ?

## Quadratische Gleichungen u. Funktionen: Lösungen

1. a)  $\sqrt{169 \cdot 121} = 13 \cdot 11 = 143$       b)  $50a^2bc^3$   
 c)  $\sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = 6$       d)  $8 - 2 \cdot \sqrt{(16 - 7)} = 2$   
 e)  $\sqrt{(xy^2/xz^2)} = y/z$       f)  $\sqrt{(a + b)}$
2. a)  $\sqrt{512}$     b)  $\sqrt{(a^2 - 2a^5)}$
3. a)  $4\sqrt{3}$       b)  $11\sqrt{6}$       c)  $3bc^2\sqrt{5bc}$       d)  $x(a - b)\sqrt{x}$
4. a)  $80x^2y^3z$       b)  $\sqrt{289 \cdot 81} = 17 \cdot 9 = 153$       c)  $\sqrt{3 \cdot 15 \cdot 5} = 15$   
 d)  $6 - \sqrt{(9 - 5)} = 2$     e)  $\sqrt{(a^2b/bc^2)} = a/c$       f)  $\sqrt{(7 + x)}$
5. a)  $\sqrt{x^3y^2z^3}$     b)  $\sqrt{(a^3 - a^5)}$     c)  $-\sqrt{63a}$     d)  $\sqrt{(27x - 3z)}$
6. a)  $6\sqrt{3}$       b)  $5ax^2\sqrt{3ax}$       c)  $(m+n)\sqrt{2}$       d)  $8\sqrt{5/15}$   
 e)  $222\sqrt{17}$     f)  $a\sqrt{5/2}$       g)  $3\sqrt{f^4 - 1/f}$
7.      a) 6      b) 8  
       c)  $m^6 - 4n$       d)  $8 + 2\sqrt{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})} = 8 + 2 \cdot 3 = 14$   
       e)  $(a - 2)(\sqrt{a + \sqrt{2}})/(\sqrt{a - 2}) = \sqrt{a + \sqrt{2}}$     e)  $\sqrt{5^6/5^5} = 5^3/5^5 = 1/25$
8. a)  $6(2 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{5})/3 = 4 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{5}$   
 b)  $(2 \cdot \sqrt{9} + 3\sqrt{12})/3 \cdot \sqrt{6} = 1/3 \cdot \sqrt{6} + \sqrt{2}$
9. a)  $x = (\sqrt{3} - \sqrt{5})/2 \cdot \sqrt{3} = 1/2 - 1/6 \cdot \sqrt{15} = -0.1455$   
 b)  $x(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 2; x = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})/(-1) = 2 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{2} = 0.6357$
10.  $x(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$   $x = (5\sqrt{3} - 4\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 15 + \sqrt{6} - 8 = 7 + \sqrt{6} = 9.449$
11.  $h = a/2 \cdot \sqrt{3} = a - 5 \Rightarrow a(1 - \sqrt{3}/2) = 5 \Rightarrow a(2 - \sqrt{3}) = 10 \Rightarrow a = 10(2 + \sqrt{3}) = 37.32$
12. a)  $\sqrt{x}$  ist jene nicht negative Zahl, deren Quadrat gleich x ist, dabei ist  $x \geq 0$ .  
 b) Radikand  
 c) letzter Schritt:  $2.6457 < \sqrt{x} < 2.6458$ ,  
 denn  $2.6457^2 = 6.9997 < 7 < 2.6458^2 = 7.00026 \Rightarrow \sqrt{x} \approx 2.646$

13.  $\mathbb{N}_0 \cup$  (neg. ganze Zahlen) =  $\mathbb{Z}$  "ganze Zahlen"  
 $\mathbb{Z} \cup$  (echte Brüche) =  $\mathbb{Q}$  "rationale Zahlen"  
 $\mathbb{Q} \cup$  (irrationale Zahlen) =  $\mathbb{R}$  "reelle Zahlen"
14. a)  $(x + 3)^2 = 100$ ;  $x_1 = 7$  ;  $x_2 = -13$   
b)  $x^2 - x/6 - 5/2 = 0$ ;  $(x - 1/12)^2 = 5/2 + 1/144 = 361/144$ ;  $x_1 = 5/3$  ;  $x_2 = -3/2$
15.  $x^2 - 2x = 6 \mid +1 \implies (x-1)^2 = 7$ ;  $x-1 = \pm\sqrt{7}$ ;  
 $x_{12} = 1 \pm \sqrt{7}$   $x_1 = 3.949$ ;  $x_2 = -1.646$
16.  $4(x^2 - 6x + 27/4) = 4((x - 3)^2 - 9 + 27/4) = 4(x - 3)^2 - 36 + 27 = 0$   
 $(x - 3)^2 = 9/4 \implies x - 3 = \pm 3/2$ ,  $x_1 = 9/2$  ;  $x_2 = 3/2$
17.  $x(x + 3)(x - 5) = 0 \implies x_1 = 0$  ;  $x_2 = -3$  ;  $x_3 = 5$
18. a)  $x_{12} = 1/2 \cdot (6 \pm 2\sqrt{2}) = 3 \pm \sqrt{2}$   
b)  $x_{12} = 1/6 \cdot (1 \pm \sqrt{289}) = 1/6 \cdot (1 \pm 17) \implies x_1 = 3$  ;  $x_2 = -8/3$
19. a)  $D = 49$ ;  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = -1/3$   
b)  $D = 12$ ;  $x_{12} = (-\sqrt{2} \pm \sqrt{6})/2$ ,  $x_1 = 0.5176$  ;  $x_2 = -1.932$   
c)  $D = 0$ ;  $x = -5\sqrt{2}/2 = -3.536$                       d)  $D < 0 \implies \mathbb{L} = \{\}$   
e)  $4x^2 + 18x - 10 = 0 \implies 2x^2 + 9x - 5 = 0$ ;  $D = 121$ ;  $x_1 = 1/2$ ;  $x_2 = -5$
20. a)  $x_{12} = \pm 3$     b)  $9x^2 = 27$ ;  $x_{12} = \pm\sqrt{3}$
21. a)  $x_{12} = (-5 \pm 11)/8$   $x_1 = 3/4$ ;  $x_2 = -2$     b)  $x_{12} = (6 \pm \sqrt{20})/2 = 3 \pm \sqrt{5}$   
c)  $2x - 5 = 4x^2 - 28x + 49$ ;  $2x^2 - 15x + 27 = 0$ ;  $x_1 = 9/2$ ;  $x_2 = 3(!)$ ;  $\implies \mathbf{x = 9/2}$
22. a)  $x_{12} = (2 \pm \sqrt{8})/2 = 1 \pm \sqrt{2}$     b)  $x_{12} = (7 \pm 5)/4$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = 1/2$
23. a)  $3x^2 + 8x + 5 = 0$ ;  $x_{12} = (-8 \pm 2)/6$ ;  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -5/3$     b)  $\mathbb{L} = \{-2, 3, -2/5, 0\}$   
c)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3/2$     d)  $x_{12} = \pm\sqrt{2}$
24. a)  $x_{12} = (22 \pm \sqrt{904})/6 = (11 \pm \sqrt{226})/3$     b1)  $D < 0 \implies$  keine Lösung  
b)  $x_{12} = (7 \pm 13)/6$ ;  $x_1 = 10/3$ ;  $x_2 = -1$
25. a)  $D = -144 \implies$  keine Lösung  
b)  $x_{12} = (m^2 + n \pm \sqrt{(m^2 - n)^2})/2m$ ;  $x_1 = m$ ,  $x_2 = n/m$



26.  $4x^2 + 4x + 1 - x^2 - 10x + 11 = 9x^2 - 12x + 4 - 9x^2 + 24x - 16;$   
 $3x^2 - 18x + 24 = 0; x^2 - 6x + 8 = 0; x_1 = 2; x_2 = 4$
27. a)  $x_1 = x_2 = 1/3$       b)  $D < 0$ ; keine Lösung
28. a)  $x_1 = 0.715; x_2 = -7.911$       b)  $x_1 = 3336; x_2 = -0.030396$
29. a)  $4/5; 5/4$       b)  $6\sqrt{3}; 2\sqrt{3}$       c)  $-6,258; -0,2511$       d)  $0; 4; -5$
30. a)  $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$       b)  $x_1 = 0; x_2 = 5$       c)  $x - 15 = \pm 2; x_1 = 17; x_2 = 13$   
d)  $2x^2 + 33x + 25 = 29x + 45; x^2 + 2x - 10 = 0; x_{1,2} = 1/2 \cdot (-2 \pm 2\sqrt{11}) = -1 \pm \sqrt{11}$   
e)  $D = -7 \implies$  keine Lösung  
f)  $3x^2 + 4x - 12 = 0; x_{1,2} = 1/6 \cdot (-4 \pm \sqrt{160}) = 2/3 \cdot (-1 \pm \sqrt{10})$   
g)  $(x + 3)(x - 2) + x \cdot x = 5x(x - 2); 2x^2 + x - 6 = 5x^2 - 10x;$   
 $3x^2 - 11x + 6 = 0; x_{1,2} = 1/6 \cdot (11 \pm 7); x_1 = 3; x_2 = 2/3$
31. a)  $6 + x = x^2; x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3) = 0 \implies x = 3$   
b)  $x_{1,2} = \pm\sqrt{14}$       c)  $x^2 = -25$ ; keine Lösung  
d)  $2x^2 + 6x - 20 = x^2 + 6x + 9; x^2 = 29; x_{1,2} = \pm\sqrt{29}$
32. a)  $16x^2 + 24x + 9 = 15x^2 + 24x + 9; x = 0$       b)  $(x + 4)(x - 9) = 0; x_1 = -4; x_2 = 9$   
c)  $x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4 = 5x^2 - 20; x^2 = 28/3; x_{1,2} = \pm 2\sqrt{7/3} = \pm 2/3 \cdot \sqrt{21}$   
d)  $5x(x+1) - (4x+3)(x-2) = 10(x+1) \implies x^2 = 4; x_{1,2} = \pm 2 \implies x = -2 (!)$
33. a)  $D = 8; x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{2}; -1.59; -4.41$   
b)  $x(5x - 1/3) = 0; x_1 = 0; x_2 = 1/15$   
c)  $3x^2 + 4x - 12 = 0; D = 160; x_{1,2} = 2/3 \cdot (-1 \pm \sqrt{10}); 1.44, -2.77$   
d)  $x_{1,2} = \pm\sqrt{1/8\sqrt{2}} = \pm\sqrt{2\sqrt{2}/4}; \pm 0.420$   
e)  $8x^2 + 4x + 1 = 0; D < 0 \implies \mathbb{L} = \{\}$   
f)  $x_1 = -2 \implies (2x+5)(x-3) = (x+2)^2 \implies x^2 - 5x - 19 = 0; D = 101;$   
 $\implies x_1 = -2; x_{2,3} = 0.5(5 \pm \sqrt{101}), \{-2, 7.52, +2.52\}$
34.  $y_1 = 3, y_2 = 12 \implies x_1 = 59/12, x_2 = 221/12$
35.  $D = 337.36223; x_1 = 0.345, x_2 = -0.247$
36.  $x_1 = 4.656, x_2 = -0.05468$
37.  $x^2 - x/6 - 5/2 = 0; (x - 1/12)^2 = 5/2 + 1/144 = 361/144;$   
 $x_1 = 5/3; x_2 = -3/2$

38.  $x_{1,2} = (m^2 + n \pm \sqrt{(m^2 - n)^2})/2m$ ;  $x_1 = m$ ,  $x_2 = n/m$
39.  $5x(x+1) - (4x+3)(x-2) = 10(x+1) \implies x^2 = 4$ ;  $x_{1,2} = \pm 2 \implies x = -2$  (!)
40.  $x_{1,2} = (-2 \pm \sqrt{12})/2\sqrt{2} = (-1 \pm \sqrt{3})/\sqrt{2} = (-\sqrt{2} \pm \sqrt{6})/2$
41.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0 ; 3/2\}$ ;  $\text{HN} = 2 \cdot z \cdot (2z - 3) \implies 2z^2 - (2z - 3) = 3z \implies 2z^2 - 5z + 3 = 0$   
 $D = 1 \implies x_{1,2} = (5 \pm 1)/4$   $x_1 = 3/2 \notin \mathbb{D}$ ;  $x_2 = 1 \implies x = 1$   
 b)  $x - 3 = x + 6 + 18 \cdot \sqrt{x+6} + 81 \implies -5 = \sqrt{x+6} \implies x = 19$ ; Probe  $\implies \mathbb{L} = \{ \}$   
 c)
42. e)  $x^2 - 2x \leq 8$       f)  $4x - 3 < x^2$   
 a)  $13 - 4x = 4 - 4x + x^2$ ;  $x^2 = 9$ ;  $x_1 = 3$  (!);  $x_2 = -3$   
 b)  $2x + 5 + 1 + 2\sqrt{2x+5} = 2x + 12$ ;  $2\sqrt{2x+5} = 6$ ;  $2x + 5 = 9$ ;  $x = 2$   
 c)  $x^2_{1,2} = 3|1/3$ ;  $\mathbb{L} = \{\pm\sqrt{3}; \pm\sqrt{1/3}\}$   
 d)  $z = x^2 - 2x + 1$ ;  $z_{1,2} = 9 | -16$ ;  
 $z_1 = 9: x^2 - 2x - 8 = 0 \implies x_1 = 4$ ;  $x_2 = -2$   
 $z_2 = -16$ : keine L.
- e)  $-2 \leq x \leq 4$   
 f)  $x < 1$  oder  $x > 3$
43. a)  $13 - 4x = 4 - 4x + x^2$ ;  $x^2 = 9$ ;  $x_1 = 3$  (!);  $x_2 = -3$   
 b)  $2x + 5 + 1 + 2\sqrt{2x+5} = 2x + 12$ ;  $2\sqrt{2x+5} = 6$ ;  $2x + 5 = 9$ ;  $x = 2$   
 c)  $x^2_{1,2} = 3|1/3$ ;  $\mathbb{L} = \{\pm\sqrt{3}; \pm\sqrt{1/3}\}$   
 d)  $z = x^2 - 2x + 1$ ;  $z_{1,2} = 9 | -16$ ;  $z_1 = 9: x^2 - 2x - 8 = 0$   
 $\implies x_1 = 4$ ;  $x_2 = -2$      $z_2 = -16$ : keine L.  
 e) ausmult.  $\implies x^4 + 96x^2 - 44785 = 0$ ;  $x^2_1 = 169$ ;  $x^2_2 = -256$ ;  
 $\implies x_{1,2} = \pm 13$
44. a)  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ ;  $x(x+2) - 4 \cdot 2(x-2) = 2 \cdot (x+2) \implies x^2 - 8x + 12 = (x-6)(x-2) = 0$   
 $\implies x_1 = 6$ ;  $x_2 = 2$ ; Probe  $\implies x = 6$   
 b)  $z = x^3$ ;  $\implies z^2 - 98z - 3375 = 0$ ;  $\implies z_1 = 125$ ;  $z_2 = -27$ ;  $\implies x_1 = 5$ ;  $x_2 = -3$   
 c)  $z = x^2 + 7x + 4$ ;  $\implies z + 16 = 10\sqrt{z} \implies z^2 - 68z + 256 = 0$ ;  $\implies z_1 = 64$ ;  $z_2 = 4$ ;  
 $z_1: x^2 + 7x - 60 = 0$ ;  $\implies x_1 = 5$ ;  $x_2 = -12$ ;  
 $z_2: x^2 + 7x = 0$ ;  $\implies x_3 = 0$ ;  $x_4 = -7$ ; Probe  $\implies L = \{5, -12, 0, -7\}$
45.  $z = x^2 + 7x + 4$ ;  $\implies z + 16 = 10\sqrt{z} \implies z^2 - 68z + 256 = 0$ ;  $\implies z_1 = 64$ ;  $z_2 = 4$ ;  
 $z_1: x^2 + 7x - 60 = 0$ ;  $\implies x_1 = 5$ ;  $x_2 = -12$ ;  
 $z_2: x^2 + 7x = 0$ ;  $\implies x_3 = 0$ ;  $x_4 = -7$ ; Probe  $\implies L = \{5, -12, 0, -7\}$

46. a)  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ ;  $x(x+2) - 4 \cdot 2(x-2) = 2(x+2)$ ;  $x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6) = 0$ ;  $x = 6$  (!)  
 b)  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 40/3 = 13\frac{1}{3}$

47.  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ ;  $x^2 - 4 - 3x + 6 = x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2) = 0$ ;  $x = 1$  (!)

48. a)  $x_1 = 17/6$ ;  $x_2 = -25/6$   
 b)  $5x^2 - 14x^2 + 53x - 45 = 22x^2 - 55x$ ;  $31x^2 - 108x + 45 = 0$ ;  $x_{1,2} = (108 \pm 78)/62$ ;  
 $x_1 = 3$ ;  $x_2 = 15/31$

49. a)  $\sqrt{D} = 4,548$ ;  $x_1 = 2,79$ ;  $x_2 = -0,910$   
 b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{0, -1,5\}$ ;  $3x \cdot 2x - 2 \cdot 2 \cdot (2x+3) = -9 \cdot x \implies 6x^2 + x - 12 = 0$   
 $\implies x_{1,2} = (-1 \pm 17)/12$ ;  $x_1 = 4/3$ ;  $x_2 = -3/2 \notin D \implies x = 4/3$

50. a)  $(x+3)(x-3) = 4\sqrt{x}(x-3)$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x^2 - 10x + 9 = 0 \implies \mathbb{L} = \{1, 3, 9\}$   
 b) II:  $x = 4y$  in I:  $48y^2 - 44y^2 + 40y - 96 = 0$ ;  $y^2 + 10y - 24 = (x+12)(x-2) = 0$   
 $\implies (x|y) = (-48|-12)$  oder  $(8|2)$

51. d)  $(x^2 - 2x + 1)^2 + 7(x^2 - 2x + 1) = 144$

a)  $13 - 4x = 4 - 4x + x^2$ ;  $x^2 = 9$ ;  $x_1 = 3$  (!);  $x_2 = -3$   
 b)  $2x + 5 + 1 + 2\sqrt{(2x+5)} = 2x + 12$ ;  $2\sqrt{(2x+5)} = 6$ ;  $2x + 5 = 9$ ;  $x = 2$   
 c)  $x^2_{1,2} = 3|1/3$ ;  $\mathbb{L} = \{\pm\sqrt{3}; \pm\sqrt{1/3}\}$   
 d)  $z = x^2 - 2x + 1$ ;  $z_{1,2} = 9 | -16$ ;  
 $z_1 = 9$ :  $x^2 - 2x - 8 = 0 \implies x_1 = 4$ ;  $x_2 = -2$   
 $z_2 = -16$ : keine L.

52.  $4 \cdot k \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2k^2 + (k+12)^2} \implies 15k^2 - 8k - 48 = 0$   
 $\implies k = (4+4\sqrt{46})/15 = 2.075$ ;

$d = 4 \cdot k \cdot \sqrt{3} = 14.38$

Gib für k und die Körperdiagonale d der Säule eine Näherung mit 4 wesentlichen Ziffern an

53.  $D = \mathbb{R} \setminus \{0, 1,5\}$ ;  $3x \cdot 2x - 9 \cdot x = -2 \cdot 2 \cdot (2x-3) \implies 6x^2 - x - 12 = 0$   
 $\implies x_{1,2} = (1 \pm 17)/12$ ;  $x_1 = 3/2 \notin D$ ;  $x_2 = -4/3 \implies x = -4/3$

54. a)  $x^2_{1,2} = 3|1/3$ ;  $\mathbb{L} = \{\pm\sqrt{3}; \pm\sqrt{1/3}\}$   
 b)  $z = x^2 - 2x + 1$ ;  $z_{1,2} = 9 | -16$ ;  
 $z_1 = 9$ :  $x^2 - 2x - 8 = 0 \implies x_1 = 4$ ;  $x_2 = -2$   
 $z_2 = -16$ : keine L.

55. a)  $13 - 4x = 4 - 4x + x^2; x^2 = 9; x_1 = 3(!); x_2 = -3$   
 b)  $x_{1,2}^2 = 3|1/3; \mathbb{L} = \{\pm\sqrt{3}; \pm\sqrt{1/3}\}$   
 c)  $z = x^2 - 2x + 1; z_{1,2} = 9 | -16;$   
 $z_1 = 9: x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_1 = 4; x_2 = -2$   
 $z_2 = -16: \text{keine L.}$
56.  $x_1 + x_2 = 4 = -b/a$  ok ;  $x_1 \cdot x_2 = 4 - 3 = 1 = c/a$  ok.
57.  $5 + x_2 = -3k/2 ; 5 \cdot x_2 = -15/2 \Rightarrow x_2 = -3/2 ;$   
 $\Rightarrow 5 - 3/2 = -3k/2 \Rightarrow k = -7/3$
58. a)  $x_{1,2} = (-14 \pm 26)/16 \Rightarrow 8(x - 3/4)(x + 5/2) = (4x - 3)(2x + 5)$   
 b)  $x_{1,2} = (1 \pm \sqrt{13})/2 \Rightarrow (x - 0.5(1 + \sqrt{13}))(x - 0.5(1 - \sqrt{13}))$   
 $= (2x - 1 - \sqrt{13})(2x - 1 + \sqrt{13})/4$
59.  $12(x - 1/3)(x + 1/2)/[9(x - 1/3)(x + 2/3)] = 2(2x + 1)/(3x + 2)$
60. a)  $u = -11; x_2 = 3$     b)  $u = 12; x_2 = -35/12$
61. a)  $3x_2 = -1/m ; 2x_2^2 = 1/m \Rightarrow x(2x+3) = 0; [x_{2,1} = 0], x_2 = -3/2$   
 $\Rightarrow m = 2/9; x_1 = -3; x_2 = -3/2$   
 b)  $4x_2 = -8m/25; 3x_2^2 = (2-2m)/25; m = -25x_2/2$  in II:  
 $\Rightarrow 75x_2^2 - 25x_2 - 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -1/15, 2/5$   
 $\Rightarrow m_1 = 5/6; x_1 = -1/5; x_2 = -1/15 ; m_2 = -5; x_1 = 2/5; x_2 = 6/5$
62. a)  $x_2 + 0.5 = -2, x_2/2 = u/2 \Rightarrow x_2 = -5/2 = u$   
 b)  $x_2 + 0.8 = 41/u, 0.8 \cdot x_2 = 20/u \Rightarrow x_2 = 25/u$  in I  $\Rightarrow 0.8 = 16/u$   
 $\Rightarrow u = 20, x_2 = 5/4$
63. Lösgn:  $x, x^2$ ; Vieta:  $x+x^2 = 12$  und  $x \cdot x^2 = u \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0; x_1 = 3; x_2 = -4$   
 $\Rightarrow u = 27, x_1 = 3, x_2 = 9$  oder  $u = -64, x_1 = -4, x_2 = 16$
64. a)  $(-b+\sqrt{Q})/2a - (-b-\sqrt{D})/2a = -b/a$   
 b)  $(-b+\sqrt{Q})/2a \cdot (-b-\sqrt{D})/2a = (b^2 - D)/4a^2 = (b^2 - b^2 + 4ac)/4a^2 = c/a$
65. a)  $(a, b, c) = (1, -3/2, -4,5) [2, -3, 9]$     b)  $(b, c) = (-11, 5)$   
 c)  $x_2 = -1/2; c = -5/2$     d)  $a = 1; b = -\sqrt{3} + \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$
66.  $1 + x_2 = -2k; 1 \cdot x_2 = 3; \Rightarrow x_2 = 3; k = -2$

67.  $(x - 2/3)(x + 0.7) = 0 \implies 30x^2 + x - 14 = 0$
68.  $x_{1,2} = 0.5(-1 \pm \sqrt{13}) \implies x^2 - x - 3 = (x - 0.5(-1 + \sqrt{13}))(x - 0.5(-1 - \sqrt{13}))$   
 $= (2x + 1 - \sqrt{13})(2x + 1 + \sqrt{13})/4$
69. a)  $2(x + 4)(x + (-0.5))$  b)  $(x + (3 - \sqrt{2}))(x + (3 + \sqrt{2}))$   
c)  $D < 0 \implies$  keine Zerlegung
70. a)  $T = (x + \sqrt{5})^2$  b)  $x_{1,2} = 4/7 ; -25/16; \implies T = (7x - 4)(16x + 25)$
71. a)  $(X - 5)(x + 3) = x^2 - 2x - 15 = 0$   
b)  $(2x - 1 - 2\sqrt{2})(2x - 1 + 2\sqrt{2}) = 4x^2 - 4x + 1 - 8 = 4x^2 - 4x - 7 = 0$
72. a)  $(x + 4)(2x - 1)$  b)  $(x + 3 - \sqrt{2})(x + 3 + \sqrt{2})$   
c)  $D < 0 \implies$  keine Zerlegung
73. a)  $(x + 5)(x - 3/2) = x^2 + 3,5x - 7,5 = 0 \iff 2x^2 + 7x - 15 = 0$   
b)  $(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49 = 0$   
c)  $(x + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 4) = 0$  ( $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24 = 0$ )
74.  $(55 - x)^2 + (55 + x)^2 = 6050 + 2x^2 = 6772; x^2 = 361; x_{1,2} = \pm 19 \implies 36 ; 74$
75.  $x^2 + (x + 1)^2 = 2113; x^2 + x - 1056 = 0; x_{1,2} = 1/2 \cdot (-1 \pm \sqrt{4225}) = 1/2 \cdot (-1 \pm 65)$   
 $x_1 = 32; x_2 = -33 \implies 32$  und  $33$  oder  $-33$  und  $-32$
76.  $s/2 = (r+6)/2; r^2 = 4 + ((r+6)/2)^2;$   
 $3r^2 - 12r - 52 = 0; r_{1,2} = (12 \pm \sqrt{768})/6 = 2 \pm 8\sqrt{3}/3; \quad s = 8 + 8\sqrt{3}/3$
77.  $x + 1/x = 13/6 \implies x^2 - 13/6 \cdot x + 1 = 0 \implies 6x^2 - 13x + 6 = 0; x_1 = 3/2; x_2 = 2/3$
78.  $(a-x):x = x:a \implies x^2 + ax - a^2 = 0;$   
 $x = 0.5a(\sqrt{5} - 1) = 0,618a; = 10.507 = 17(\sqrt{5} - 1)/2$   
 $a - x = 0.5a(3 - \sqrt{5}) = 0.382a = 6.493 = 17(3 - \sqrt{5})/2$
79.  $t = s/v = 3,844 \cdot 10^8 \text{m} : (2,998 \cdot 10^8 \text{m/sec}) = 1,28 \text{ sec}$
80.  $t = s/v = 3,844 \cdot 10^8 \text{m} : (2,998 \cdot 10^8 \text{m/sec}) = 1,28 \text{ sec}$
81.  $x(x + 2) + 84 = x^2 + (x + 2)^2 \implies x^2 + 2x - 80 = 0 \implies x_{1,2} = -1 \pm 9$   
 $\implies (-10|-8) , (8|10)$

82.  $x^2 + (x+20)^2/4 = 20^2 \Rightarrow 5x^2 + 40x - 1200 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = (-40 \pm 160)/10$   
 $\Rightarrow k_1 = x = 12, k_2 = (12 + 20)/2 = 16$
83. k:  $x^2 + y^2 = 100; \Rightarrow x^2 + (2x + 4)^2 = 100 \Rightarrow 5x^2 + 16x - 84 = 0; D = 44^2$   
 $\Rightarrow x_1 = 2.8; x_2 = -6 \Rightarrow S_1(2.8 | 9.6); S_2(-6 | -8)$
85.  $D = 16 - 12a = 4(4 - 3a); x_{1,2} = (-4 \pm 2\sqrt{4 - 3a})/2a$   
a)  $a \neq 0$ :  
a<sub>1</sub>)  $a < 4/3: x_{1,2} = (-2 \pm \sqrt{4 - 3a})/a$   
a<sub>2</sub>)  $a = 4/3: x = -2/a = -3/2$   
a<sub>3</sub>)  $a > 4/3: \mathbb{L} = \{\}$   
b)  $a = 0: x = -3/4$
86.  $D = 4p^2 - 24 = 0 \Rightarrow p = \pm\sqrt{6};$  a)  $|p| > \sqrt{6}$  b)  $|p| = \sqrt{6}$  c)  $|p| < \sqrt{6}$
87.  $D = 4p^2 + 4(p^2 - 2^2) = 8(p^2 - 2)$   
 $|p| > \sqrt{2}$  und  $p \neq -2 \Rightarrow x_{1,2} = (-p \pm \sqrt{2p^2 - 4})/(p+2)$   
 $p = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = -p/(p+2); x = -\sqrt{2}/(\sqrt{2}+2) = 1 - \sqrt{2};$  resp.  $x = \sqrt{2}/(-\sqrt{2}+2) = 1 + \sqrt{2}$   
 $|p| < \sqrt{2} \Rightarrow \mathbb{L} = \{\}$   
 $p = -2 \Rightarrow -4x = -4 \Rightarrow x = 1$
88.  $3x^2 + 6ax + 2a^2 = 0; D = 12a^2; x_{1,2} = a(-3 \pm \sqrt{3})/3$
89.  $D = 4p^2 - 12 = 0 \Rightarrow p = \pm\sqrt{3};$  a)  $|p| > \sqrt{3}$
90. a)  $5(x-7)^2 + 3(x-7) - 17 = 5x^2 - 67x + 207 = 0$   
b)  $5(x/9)^2 + 3(x/9) - 17 = 0 \Rightarrow 5x^2 + 27x - 1377 = 0$
91. a)  $S(0|4) = Q; x = 0; \downarrow$   
b)  $y = -2x(x-2); S(1|2); Q(0|0); x = 1; \downarrow$   
c)  $y = -(x-2)^2 + 2; S(2|2); B(0|-2); x = 2; \downarrow$   
d)  $S(-5|5); B(0|130); x = -5; \uparrow$
92. p:  $y = a(x+7)^2$
93. a)  $1 = a(1-4)^2 + 4 \Rightarrow a = -1/3 \Rightarrow y = -1/3 \cdot x^2 + 8/3 \cdot x - 4/3$   
b)  $10 = 4a + 2b + c; 20 = 9a - 3b + c; 10 = 4a - 2b + c \Rightarrow y = 2x^2 + 2$
94.  $y = 2[(x-3)^2 - 9 + 29/2] = 2(x-3)^2 + 11; S(3|11)$
95.  $S_2(2|-3) \Rightarrow p_2: y = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$

96.  $p_1: y = (x + 1)^2 + 1$ ;  $S_1(-1|1) \implies S_2(-5|6)$ ;  $p_2: y = (x + 5)^2 + 6 = x^2 + 10x + 31$

97.  $S_1(1|3)$  a)  $S_2(1|-1)$ ;  $p_2: y = -2(x - 1)^2 - 1 = -2x^2 + 4x - 3$

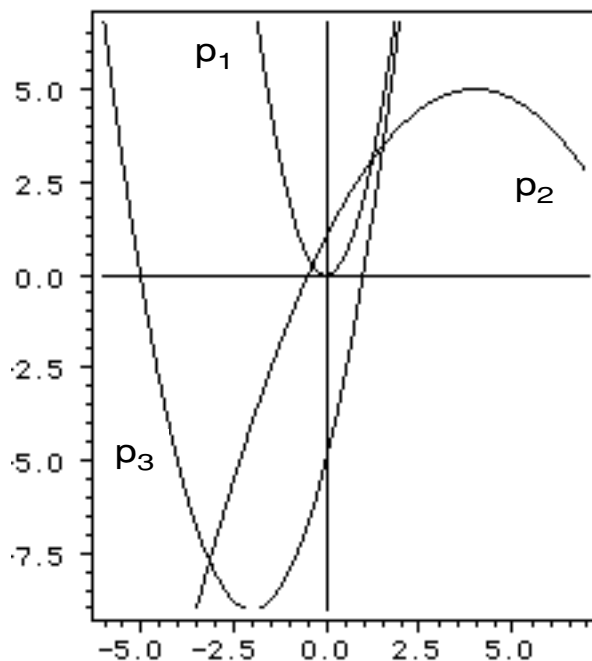
b)  $S_3(-1|3)$ ;  $p_3: y = 2(x + 1)^2 + 3 = 2x^2 + 4x + 5$

c)  $S_4(-3|-5)$ ;  $p_4: y = -2(x + 3)^2 - 5 = -2x^2 - 12x - 23$

d)  $S_5 = S_1(1|3)$ ;  $p_5: y = 2(x - 1)^2 + 3 = 2x^2 - 4x + 5$

98.

c)  $y = (x + 2)^2 - 9$



99. f:  $\uparrow$ ;  $S(-2|-25)$ ;  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = -7$       g:  $\downarrow$ ;  $S(2|-4)$ ; keine Nullstellen

h:  $\downarrow$ ;  $S(5|27)$ ;  $x_{1,2} = 5 \pm 3\sqrt{3}$

100.  $y = (x-2)(x-6) = x^2 - 8x + 12$ ;  $S(4|-4)$

101.  $10 = 4a+2b+c$ ;  $20 = 9a-3b+c$ ;  $10 = 4a-2b+c \implies p: y = 2x^2 + 2$

102.

a)  $S(3|-2)$ ;

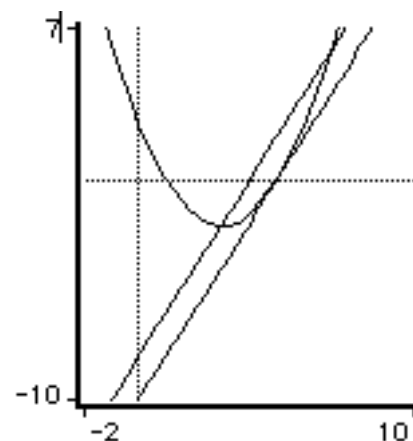
b)  $p \cap g: x^2 - 10x + 21 = 0$ ,  $S_1(3|-2)$ ;  $S_2(7|6)$

c) t:  $y = 2x + q$ ;  $p \cap t: x^2 - 10x + (5-2q) = 0$

$D = 100 - 4(5-2q) = 0 \implies q = -10$

$\implies t: y = 2x - 10$

$p \cap t: x^2 - 10x + 25 = 0; \implies B(5|0)$

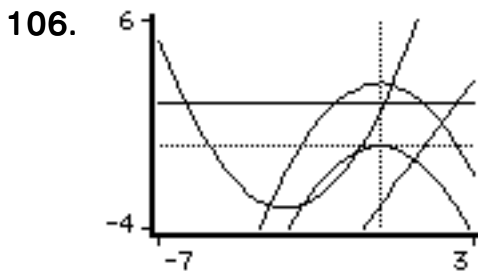


103. a)  $-3 = 4 + 2b + c$  und  $12 = 1 + b + c$ ; | - | :  $-15 = 3 + b$ ;  $b = -18$ ;  $c = 29$   
 $\implies p: y = x^2 - 18x + 29$

b)  $u = 2$  ;  $v = -1$ ;  $A \in p: 2 = a(4 - 2)^2 - 1 \implies a = 3/4$   
 $\implies p: y = 3/4 \cdot (x - 2)^2 - 1 = 3/4 \cdot x^2 - 3x + 2$

104.  $f(-b/2a) = f(-2) = -2,28$  ;  $x_1 = .669$  ;  $x_2 = -4,67$

105.  $S'(-4|9) \implies p': y = 2(x + 4)^2 + 9 = 2x^2 + 16x + 41$



b) f: S(0|0); x = 0  
g: S(0|3); x = 0  
h: S(-3|-3); x = -3

107.  $y = -0.5(x + 4)^2 - 3$

108.  $6 = 16a + c$  und  $4.5 = 4a + c \implies y = 1/8 \cdot x^2 + 4$

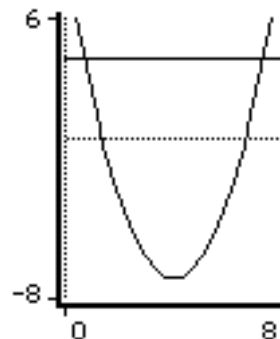
109.  $y = 2(x - 3/2)^2 + 9/2$  ;  $\implies S(3/2 | 9/2)$

110.

a) S(4|-7)

c), d)  $P_{12}(4 \pm \sqrt{11} | 4)$  ;

$P_1(7,32 | 4)$  ;  $P_2(0,683 | 4)$



111. a)  $x^2/4 = 2x - 1$ ;  $x^2 - 8x + 4 = 0$ ;  $x_{1,2} = 4 \pm 2\sqrt{3}$   
 $\implies S_{12}(4 \pm 2\sqrt{3} | 7 \pm 4\sqrt{3})$ ;  $S_1(7.46 | 13.93)$ ;  $S_2(0,536 | 0,0718)$

b)  $x^2/4 - mx + 1 = 0$ ;  $D = 4m^2 - 4 = 0 \implies m = \pm 1$

112.  $U/4 = 70 = x + 2x + h$ ;  $h = 70 - 3x$ ;  $O(x) = 2(x \cdot 2x + x(70 - 3x) + 2x(70 - 3x))$   
 $O(x) = -14x^2 + 420x$ ;  $S(15 | O(15)) = S(15 | 3150)$   
Kanten: 15cm, 30cm, 25cm;  $O(\max) = 3150 \text{cm}^2$

113. a)  $f(x) = x(46-x) \implies x_s = 23 \implies (23 | 23)$

b)  $f(x) = x(46-x) \implies x_s = -23 \implies (-23 | 23)$



114. a)  $g \cap p: 2x^2 + 7x - 4 = 0 \implies S_1(1/2 \mid -1/4), S_2(-4 \mid 2)$   
 b)  $p \cap t: x^2 + (m+4)x + 1 = 0; D = m^2 + 8m + 12 = (m+2)(m+6) = 0$   
 $\implies m_1 = -2; B_1(-1 \mid 5); m_2 = -6; B_2(1 \mid -3)$

115.  $F = ab + 0.5\pi a^2/4 U = 24 = \pi a/2 + a + 2b \implies b = 12 - a(2 + \pi)/4$   
 $f(a) = 12a - a^2(2 + \pi)/4 + a^2 \cdot \pi/8 = a(12 - a(4 + \pi)/8)$   
 $\implies N: a_1 = 0, a_2 = 12 \cdot 8/(4 + \pi) \implies \text{Max bei } a = 48/(4 + \pi) = 6.72$   
 $b = \dots = 24/(4 + \pi) = a/2 = 3.36$

116. a)  $p: y = (x-4)^2/4$

b)

$A(-3 \mid -\sqrt{7}) = A(-3 \mid -2.65)$

$B: x^2 + (x-2)^2 = 16; x^2 - 2x - 6 = 0; x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{7}$

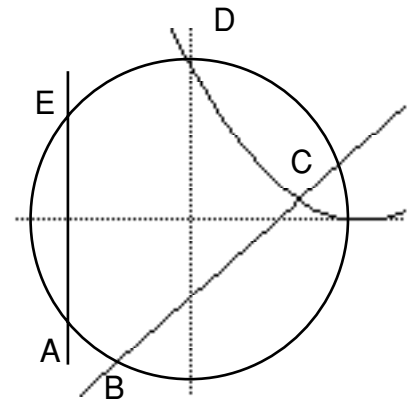
$B(1 - \sqrt{7} \mid -1 - \sqrt{7}) = B(-1.65 \mid -3.65)$

$C: x^2/4 - 2x + 4 = x - 2; x^2 - 12x + 24 = 0; x_{1,2} = 6 \pm 2\sqrt{3}$

$C(6 - 2\sqrt{3} \mid 4 - 2\sqrt{3}) = C(2.54 \mid 0.536)$

$D(0 \mid 4)$

$E(-3 \mid \sqrt{7}) = E(-3 \mid 2.65)$



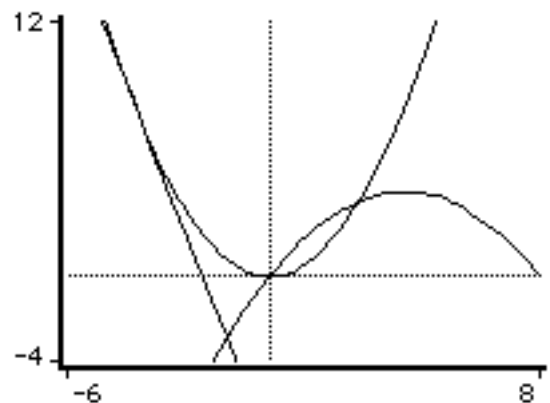
117.

b)  $0.5x^2 - mx + 8 = 0;$

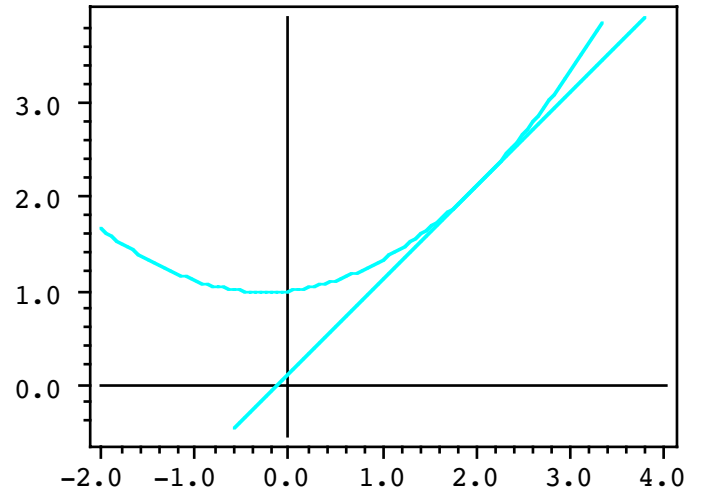
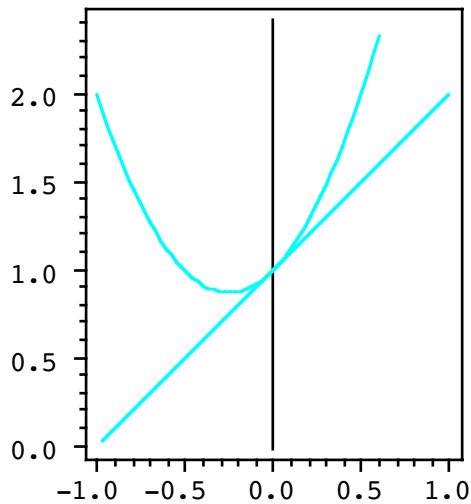
$D = m^2 - 16$

$m_1 = 4; m_2 = -4$

c)  $G = \{P(x|y) \mid y \leq 0.5x^2 \text{ und}$   
 $y \geq -0.25x(x-8) \text{ und}$   
 $y \geq -4x - 8\}$



118.  $g \cap p: 2kx^2 + (k-1)x + (1-k) = 0$ ;  $D = k^2 - 2k + 1 - 8k(1-k) = 9k^2 - 10k + 1 = 0$   
 $k_1 = 1$ ;  $B_1(0|1)$ ,  $S_1(-1/4|7/8)$ ;  $k_2 = 1/9$ ;  $B_2(2|19/9)$ ;  $S_2(-1/4|71/72)$



119.  $Q \in g; \overline{PQ^2} = (x-6)^2 + (2x-1-4)^2 = 5x^2 - 32x + 61 = f(x)$ ;  $\implies S(3,2|...)$   
 $\implies F(3,2|5,4)$ ;  $d = \sqrt{f(3,2)} = \sqrt{9,8} = 3,13$

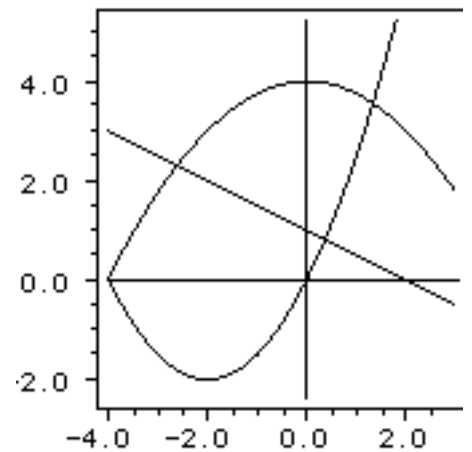
120. a)  $f(x) = (x+7)(x-6)$ ;  $x_1 = -7$ ;  $x_2 = 6$ ; Oeff.:  $\uparrow \implies L = \{x|x < -7 \text{ oder } x > 6\}$   
 b)  $f(x) = -(2x-7)^2$ ;  $x_1 = x_2 = 3,5$ ; Oeffnung:  $\downarrow \implies x = 3,5$   
 c)  $x^2 - 2x - 4 < 0 \implies x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}$ ;  $\uparrow \implies L = ]1-\sqrt{5}; 1+\sqrt{5}[$

121.

$$p_1 \cap g: 4 - 0,25x^2 = -0,5x + 1 \implies x^2 - 2x - 12 = 0;$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$\implies [P_1(4,61|-1,30)]; P_2(-2,61|2,30)$$



122.

$$p_1 \cap p_2:$$

$$4 - 0,25x^2 = -0,5x^2 + 2x + 1$$

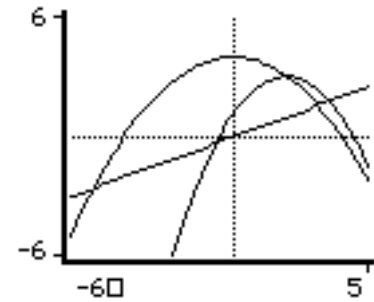
$$\Rightarrow x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow P_1(2|3) ; P_2(6|-5)$$

$$p_1 \cap g: 4 - 0,25x^2 = 0,5x$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 16 = 0; x_{3/4} = -1 \pm \sqrt{17}$$

$$\Rightarrow P_3(-5,12|-2,56) ; P_4(3,12|1,56)$$



123. a)  $S(3|4) ; S'(3|9), p': y = 2(x - 3)^2 + 9 = 2x^2 - 12x + 27$

b)  $S'(-2|4), p': y = 2(x + 2)^2 + 4 = 2x^2 + 8x + 12$

c)  $S'(-3|4), p': y = 2(x + 3)^2 + 4 = 2x^2 + 12x + 22$

d)  $S'(3|-4), p': y = -2(x - 3)^2 - 4 = -2x^2 + 12x - 22$

e)  $S'(3|4), p': y = -2(x - 3)^2 + 4 = -2x^2 + 12x - 14$

124. (1|4); (4|13)

125.  $0,5x^2 - 5x + 16,5 = -2x + q; x^2 - 6x + 33 - 2q = 0$

$$D = -96 + 8q = 0 \Rightarrow t: y = -2x + 12$$

126. a)  $x \leq -1$  oder  $x \geq 3$

b) ----

c)  $p \cap g: x^2 - 2x - 5 = 0; x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{6}; P_{1/2}(1 \pm \sqrt{6} | 2) = P_{1/2}(3,45; -2,45 | 2)$

127.  $x_{1/2} = (9\sqrt{2} \pm \sqrt{162 - 144}) / 18 = (9\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}) / 18$

$$\Rightarrow L = ]-\infty; \sqrt{2}/3] \cup [2\sqrt{2}/3; \infty[ = ]-\infty; 0,4714] \cup [0,9428; \infty[$$

128.  $K = 6x + 3h = 564 \Rightarrow h = 188 - 2x$

$$O = 2 \cdot x^2 \sqrt{3} / 4 + 3xh; O(x) = -(6 - \sqrt{3}/2)x^2 + 564x = -0,5(12 - \sqrt{3})x^2 + 564x$$

$$\text{Nullstellen: } x_1 = 0; x_2 = 2 \cdot 564(12 + \sqrt{3}) / 141 = 8(12 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow x_s = 4(12 + \sqrt{3}) = 48 + 4\sqrt{3} = 54,93$$

$$h = 92 - 8\sqrt{3} = 78,14$$

$$O_{\max} = 15490$$

129.  $\overline{MC} = 5 = r; B(4 | -3)$

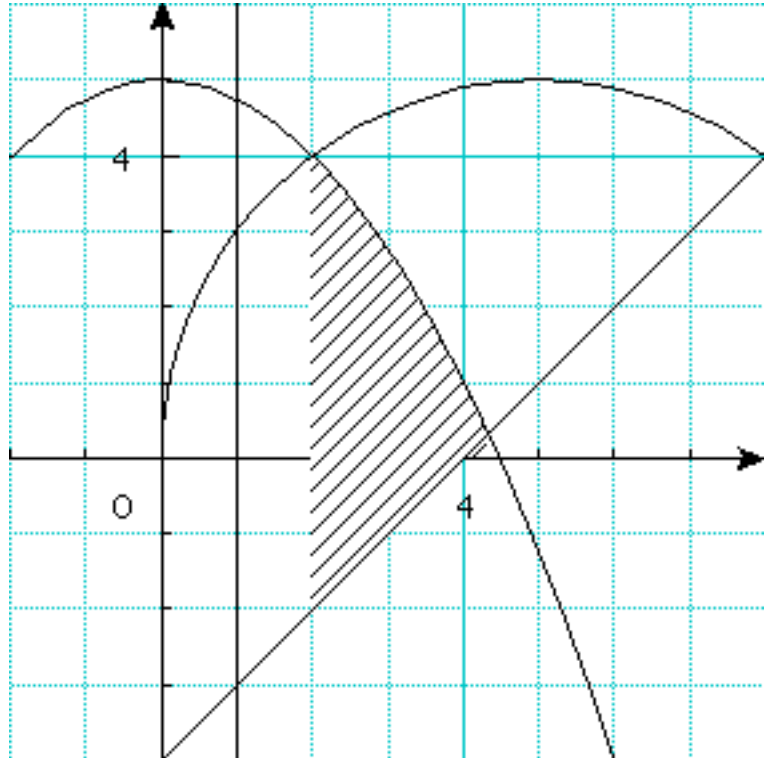
$$p: y = a(x-3)^2 + 4; A \in p \Rightarrow a = -1/7 \Rightarrow p: y = -x^2/7 + 6x/7 + 19/7$$

$$G = \{P(x|y) \mid y < -x^2/7 + 6x/7 + 19/7 \text{ und } x^2 + y^2 < 25 \text{ und } y > -3\}$$

130. Kanten:  $x, 4x, 21-5x$ ;  $d^2 = f(x) = x^2 + 16x^2 + 21^2 - 210x + 25x^2 = 42x^2 - 210x + 21^2$   
 $= 42\{x^2 - 5x + 21/2\} = 42\{(x-5/2)^2 - 25/4 + 21/2\} = 42(x - 5/2)^2 + 17 \cdot 21/2$   
 $\Rightarrow S(5/2 \mid \sqrt{178.5}) \Rightarrow$  Kanten: 2.5; 10; 8.5

131.  $F(x) = x(z - 2x) \Rightarrow S(z/4 \mid z^2/8) \Rightarrow$  Seiten:  $z/4$  m;  $z/2$  m;  $z/4$  m

132.  $g \cap p$ :  
 $x - 4 = -0.25x^2 + 5$   
 $\Rightarrow x^2 + 4x - 36 = 0$   
 $\Rightarrow x = -2 + 2 \cdot \sqrt{10}$   
 $(-2 + 2 \cdot \sqrt{10} \mid -6 + 2 \cdot \sqrt{10})$   
 $(4.325 \mid 0.3246)$   
 $(1 \mid -3)$   
 $(1 \mid 3)$   
 $(2 \mid 4)$



133.  $] -7, 3[$   
Löse:  $x^2 < 2x + 4$   
 $x^2 - 2x - 4 < 0 \Rightarrow x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{5}; \uparrow \Rightarrow L = ]1 - \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5}[ = ] -1.236, 3.236[$

134. a) Vorschrift, mit der jedem Element einer Menge A genau ein Element der Menge B zugeordnet wird  
b) alle Elemente von B die zugeordnet werden

135.  $y = f(x)$