

Ganze Zahlen

Grundoperationen

- Gib in aufzählender Form:
 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$
 $C = \{z \in \mathbb{Z} \mid z < -4 \text{ und } z > 1\}$
 $E = \{u \in \mathbb{Z} \mid |u| \leq 5 \text{ und } |u| > 2\}$
 $B = \{y \in \mathbb{Z} \mid y \leq -2 \text{ oder } y > 2\}$
 $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid |-x| < |x|\}$
- Löse ($G = \mathbb{Z}$):
a) $x + 3 = 0$ b) $(-9) + y = 0$ c) $5 = -z$ d) $-(-(-(-x))) = x$
- Zeichne alle Punkte $P(x|y)$ mit ganzzahligen Koordinaten, für die gilt:
 $|x| + |y| \leq 3$
- Gib folgende Mengen in aufzählender Form und markiere sie auf der Zahlengeraden:
a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 4 \geq x > -7\}$ b) $B = \{y \in \mathbb{Z} \mid y < -3 \text{ oder } y \geq 5\}$
- Stelle alle Punkte $P(x|y)$ im Koordinatensystem dar, für die gilt:
 $|x + y| = 2$ und $|x| \leq 2$ und $|y| \leq 2$
- Stelle alle Punkte $P(x|y)$ im Koordinatensystem dar, für die gilt:
 $|y - x| = 2$ und $|x| \leq 3$ und $|y| \leq 2$
- Löse ($G = \mathbb{Z}$):
a) $-11 = -4 + x$ b) $x - 11 = -3x + 9$ c) $|5x - 3| \leq 20$
d) $|4 - x| \geq 3$ e) $y = -y$ f) $z < 2$ und $-6 \leq z$
- Löse ($G = \mathbb{Z}$):
a) $-6 + x = -13$ b) $-5x + 9 = x - 15$ c) $|4x - 3| \leq 11$
d) $|5 - x| \geq 2$ e) $-(-y) = 0$ f) $z > -4$ und $5 \geq z$
- $-2 - [-3 - (-1) + (-2)] - \{-[-1 + (2-3) + 2] - [-3 - (5-2) - (-7)] - 1\} - (-2)$
- a) $(-47) + 46 + (-45) + \dots + 2 + (-1)$
b) $(-1) + 3 + (-5) + 7 + (-9) + \dots + (-85) + 87$
- $3 - (-3 - 4 + 5 - 6 - 7) - (-3 - (-3 + 1))$
- $9 - \{-7 - [2 + (-9) + (-1)] - (-(-7)) - [-2 + (-6)]\} - (-19)$

13. $-8-[-3-(-1)+(-2)]-\{-[-1+(2-3)+2]-[-3-(5-2)-(-7)]-1\}-(-2)$
14. $-2-[-2-(-3)+(-1)]-\{-[-1+(2-3)+x]-[-1-(4-2)-(-5)]-1\}-(-3)=8$
Berechne x.
15. $-4-[-2-(-3)+(-1)]-\{-[-1+(2-3)+x]-[-1-(4-2)-(-5)]-1\}-(-3)=4$
Berechne x.
16. Rechne am Zahlenstrahl (Farben!): $[(+4) + (-7)] + (-2)$
17. Schreibe ohne Klammern:
 $a - \{ -b - [-c + (-d + e - f) - (g + h - i) - k] + l - m \} + n$
18. $-4 \cdot 3 - (-2) \cdot (-8) - (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$
19. Welches der Zeichen < oder = oder > ist an Stelle des Platzhalters Δ einzusetzen, damit eine wahre Aussage entsteht?
- | | | |
|--------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| a) $10^4 \Delta (-10)^6$ | b) $(-10)^4 \Delta (-10)^6$ | c) $-2^{10} \Delta 1^{5000}$ |
| d) $(-10)^6 \Delta 10^6$ | e) $(-1)^{11} \Delta (-1)^{13}$ | f) $(-10)^5 \Delta (-10)$ |
20. $\{[-5 \cdot (-2^1)]^2 - (3+2^2)\}^3 \cdot (-5)^3 - [2 - |-5^2|]^2 + [-3^2+1]^2 \cdot (-2)^2$
21. $(-[-5 + 8 \cdot (-9)^2]) \cdot (-\{2^2 \cdot (-(-3^3)) - |-7| - [-5^5 - (-2)^3]\})$
22. $\{[-(-2) \cdot (-5)] \cdot [-1 \cdot (-1-1)]\} : [2 \cdot (-2) : 2] - (-4) \cdot (-3)^2 - [-1 : 1 - 2 - 1]^2$
23. $(-1-2) \cdot (-2)^3 : (-2)^2 : (-1)^5 - \{-[-(-1) \cdot (-1) - 1] - 1\}^3 - 19^3 : 19^2$
24. $(-3) \cdot (-4) \cdot (-2) : (-6) \cdot (-1) - (-4+3)^3 : (-1) - (-1-2-6:3) \cdot (-1) - (-1)^4$
25. $-\{-[-3-(-2-3)] \cdot (-2) : (-1) - (-1+4)^2 \cdot (-1)^2\} \cdot (-3) + x = 11$
26. $-\{-[-4-(-4-2)] \cdot (-2) : (-1) - (-2+5)^2 \cdot (-1)^2\} \cdot (-3) + x = 9$
27. a) $-(-(-(-(-(-1))))))$
b) $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \dots + (-1)^{19} + (-1)^{20}$
c) $(-1)^1 + (-1)^3 + (-1)^5 + (-1)^7 + \dots + (-1)^{17} + (-1)^{19}$
28. Rechne am Zahlenstrahl: $(-2) \cdot [(-3) - (-5)]$ (verwende Farben!)
29. $[-3+(-1)^3 \cdot (-1+4)^2] - [-4 : (-2) - 3 - 3 : (-1) + x] : (-1) = 0$
30. $-\{-4 : (-2)^2 + (-1)^3 \cdot 2^3 + [(-3)^2 : (-3) - (-2)^3 - 2^3]^2 - (-2) \cdot (-6) : (-2)^2\}^3 + (-3)^3$
31. $-\{-9 : (-3)^2 + (-1)^3 \cdot 2^3 + [(-3)^2 : (-3) - (-2)^3 - 2^3]^2 - (-2) \cdot (-6) : (-2)^2\}^3 - (-3)^3$

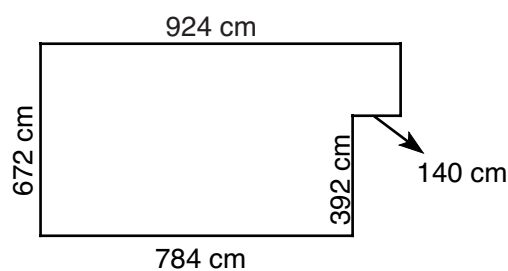
32. Zeichne den Baum und berechne den Wert: $\{(-4)^3 : 2 - (-2)^3 \cdot (-1)\}^2$
33. a) (-2^{10}) b) $(-3)^5$ c) (-1^{888}) d) $(-1)^{1001}$
34. $6^2 \cdot [(-(-3)) - (-2)^3] + 2 - (-(-(-3))) \cdot 1^{13} - (-13)^2$
35. $(-3)^2 \cdot \{5 \cdot (-2)^5 - 3 \cdot [(-(-7)) - (-2) \cdot 2^5] + (-7)^2 \cdot 2^4\}$
36. $- \{1 - [(-6^2)^2 + 3^3 \cdot 4 + (-(-6))^2 \cdot 2] - 8 \cdot (-(-5)^3)\} + (-6) \cdot 5^2 + (-6)^3 \cdot 0^8$
37. $-[-6 + 2^7 - |(-7) \cdot 1^4 \cdot (-7)| - 2^7 + (-6)] + |-3^2| - 3^3$
38. $-(-7)^3 + 3 \cdot [-7^2 + (-6)^1] + (-3)^2 \cdot [7 + (-9)]^2$
39. $-(-\{(-1)^3 \cdot (-(-2)^2)^2 - [3 \cdot (-4^2) - (-[3 + (-5)]^2)] - (-2)^3\}) + x = 36$
Berechne x.
40. $-36 : (-12) + (-6) : 3 - (-10) : (-1)$
41. $(-4 - 1 - 5 : 5) : (-2) + (-1) \cdot (4 - x) = 0$; $x = ?$
42. $(-5 + 4)^3 : (-1) + (-2) \cdot (-5) \cdot (-3) : (-6) \cdot (-1) - (-2 - 3 - 4 : 2) \cdot (-1)$
43. $(-5)^3 - \{-4 : (-2)^2 + (-1)^3 \cdot 2^3 + [(-3)^2 : (-3) - (-2)^3 - 2^3]^2 - (-2) \cdot (-6) : (-2)^2\}^3 = ?$
44. $- \{-[-2 + 3 \cdot (-4 - 5) - (-14)] \cdot (-3) - (-20)\} : [(-2)^4 + (-2)^3 + (-3)] \cdot (-3) - 3(-2)^3 - 9$
45. $-1 + 1 \cdot \{(-1 - 1)^3 : (-1 - 1) \cdot (-1) - 1\} \cdot \{-1^4 - (-1)^3 - 1^2 \cdot [-1 \cdot (-1 - 1)^2] : (-1) - 1\}$
46. $(-2)^5 - (-3) \cdot [3 \cdot (-2) \cdot (-4) - (-3) \cdot (-4) \cdot (-2)] : (-1 + 3) - (-16) : (-4) \cdot (-2)^2 - (-3)$
47. $[-5 - (-7)^2 \cdot (-4) - (-3)^2] : [-5 - (-7)^2 \cdot (-4) - (-3)^2] \cdot (-1)^4$
48. Zeichne den Baum zu folgendem Term und berechne den Wert:
 $6^2 \cdot [(-3) - (-2)^3] + 2 - (-3) \cdot 1^{13} - (-13)^2$

Anwendungen

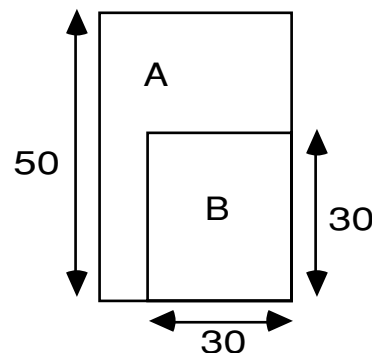
49. Löse ($G = \mathbb{Z}$):
- | | |
|--------------------------|-------------------------------------|
| a) $2x + 26 = 80$ | b) $3y + 54 = 5y - 14$ |
| c) $5(x - 2) = 3(x + 4)$ | d) $x(2x + 3) + 1 = 2x(x + 5) - 7x$ |
| e) $ 2x - 3 \leq 10$ | f) $5x + 2(x + 3) = 6 + 7x$ |
| g) $2x + 3 \geq x + 7$ | h) $16 - x > 3 + 2x$ |

50. Löse ($G = \mathbb{Z}$): $56x - 43 - 52 - 19x = 7 - 72x - 56x + 165x - 103$
51. Löse: $3x(2x - 5)(5x + 9)(x - 3)^2 = 0$
52. $2x - 3 \leq 6x + 5$
53. $2x - 4 \leq 3x + 3 < 0,5x + 1$
54. Löse: ($G = \mathbb{Q}$)
- $4x - 6 = x - 12$
 - $6(2x - 9) - 15(3x + 1) - x - 14 = 19$
 - $3x(x - 3)(x + 5)(7x - 4) = 0$
 - Löse c) auch für $G = \mathbb{Z}$ und für $G = \mathbb{N}$
 - $x^2 = 169$
55. Löse: ($G = \mathbb{Z}$)
- $5x + 8 > -16 - 3x$
 - $-2(3x - 5) \geq 5 - 9x$
 - $|6y - 25| \leq 5$
 - $z^3 < 70$
56. Rechne in die angegebene Einheit um:
- 12.43km (dm)
 - 0.0123mm (m)
 - 12.7a (cm^2)
 - 0.987 Liter (m^3)
57. Rechne in die angegebene Einheit um:
- 0.0321mm (m)
 - 43.21km (cm)
 - 72.1ha (dm^2)
 - 9.87 Liter (m^3)

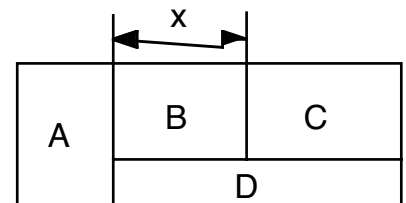
58. Der Boden eines Zimmers mit nebenstehendem Grundriss soll mit lauter gleichen, möglichst grossen quadratischen Platten vollständig belegt werden. Es dürfen keine Platten zerschnitten werden. Wie gross sind die Platten und wieviele sind nötig?



59. Das Sechseck A und das Rechteck B haben die gleiche Fläche. Berechne die Differenz ihrer Umfänge.



60. Andrea und Beate wohnen 68 km voneinander entfernt. Sie starten um 8 Uhr und fahren einander mit dem Velo entgegen. Andrea fährt 18km in der Stunde, Beate 16km. Wann und wo treffen sie sich ?
61. Ein Vermögen von Fr 14'000 wird so unter 2 Söhne und eine Tochter verteilt, dass der ältere Sohn Fr 1500 weniger, der jüngere Sohn Fr 700 weniger erhält als die Tochter (**nur Gleichung aufstellen**).
62. Vom 4-fachen einer Zahl wird 27 subtrahiert. Das Ergebnis ist um 5 kleiner als das 3-fache der Zahl.
63. Nicole addiert 4 aufeinanderfolgende natürliche Zahlen. Markus nimmt das 4-fachen der zweitkleinsten dieser Zahlen und addiert dazu 2. Beide erhalten gleichviel.
64. Wenn vom 5-fachen einer Zahl die Zahl 31 subtrahiert wird, so ergibt sich 5 mehr als das 3-fache der Zahl.
65. Auf einer Wiese tummeln sich Hühner und Schafe. Ein Wanderer kommt des Weges und zählt insgesamt 86 Köpfe und 282 Füsse.
66. Im Keller stehen 3 Fässer mit Wein. Ohne das erste Fass sind es 1200 Liter, ohne das zweite 1300 Liter, ohne das dritte 1400 Liter. Wieviel enthält jedes Fass ?
67. Die Länge des umfassenden Rechtecks ist dreimal so gross wie die Breite, sein Umfang beträgt 320m. Die Teilrechtecke A, B, C und D haben alle die gleiche Fläche. Berechne x.



Ganze Zahlen: Lösungen

1. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$; $B = \{.., -3, -2, 3, 4, 5, ..\}$; $C = \{\}$;
 $D = \{\}$; $E = \{\pm 3, \pm 4, \pm 5\}$
2. a) -3 b) 9 c) -5 d) \mathbb{Q}
3. $(0|0)$, $(0|\pm 1)$, $(0|\pm 2)$, $(0|\pm 3)$, $(\pm 1|\pm 1)$, $(\pm 1|\pm 2)$
4. a) $\{-6, -5, \dots, 4\}$ b) $\{\dots, -5, -4, 5, 6, \dots\}$
5. $(\pm 2|0)$, $(-1|-1)$, $(0|\pm 2)$, $(1|1)$
6. $(\pm 2|0)$, $(-1|-1)$, $(0|\pm 2)$, $(1|1)$, $(-3|1)$, $(3|-1)$
7. a) -7 b) 4 c) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
d) $\{\dots -1, 0, 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, \dots\}$ e) 0 f) $\{-3, -2, \dots, 4, 5\}$
8. a) -7 b) 5 c) $\{-3, -2, -1, 0, \dots, 4\}$
d) $\{.., -2, -1, 0, 1, 7, 8, 9, ..\}$ e) 0 f) $\{-6, -5, \dots, 0, 1\}$
9. $-2 - [-4] - \{-[0] - [1] - 1\} - (-2) = -2 - [-4] - \{-2\} - (-2) = 6$
10. a) -24 b) 44
11. 19
12. $9 - \{-7 - [-8] - 7 - [-8]\} + 19 = 9 - \{2\} + 19 = 26$
13. $-8 - [-4] - \{-0 - 1 - 1\} + 2 = -8 + 4 + 2 + 2 = \underline{0}$
14. $-2 - [0] - \{-[-2 + x] - [2] - 1\} + 3 = 8 \implies x = 6$
15. $-4 - [0] - \{-[-2 + x] - [2] - 1\} + 3 = 4 \implies x = 4$
17. $a + b - c - d + e - f - g - h + i - k - l + m + n$
18. $-12 - 16 - 25 \cdot (-5) = -28 + 125 = 97$
19. a) < b) < c) < d) = e) = f) <
20. $\{10^2 - 7\}^3 \cdot (-5)^3 - [-23]^2 + [-8]^2 \cdot 4 = 804'357 \cdot (-125) - 529 + 256 =$
 $-100'544'625 - 273 = -100'544'898$

21. $(-[-5 + 648]) \cdot (-\{108 - 7 - [-3125 + 8]\}) = -643 \cdot (-\{101 + 3117\}) = 643 \cdot 3218 = 2'069'174$
22. $\{[-10] \cdot [2] \cdot [-2] - 12\}^2 - [-4]^2 = \{10 - 12\}^2 - 16 = -12$
23. $24 : 4 \cdot (-1) - \{-[-1 - 1] - 1\}^3 - 19 = -6 - \{1\}^3 - 19 = -26$
24. $12 \cdot (-2) : (-6) \cdot (-1) - (-1) : (-1) - (-5) \cdot (-1) - 1 = 4 \cdot (-1) - 1 - 5 - 1 = -11$
25. $-\{-2 \cdot (-2) : (-1) - 9 \cdot 1\} \cdot (-3) + x = 11$; $-\{-4 - 9\} \cdot (-3) + x = 11$; $-39 + x = 11$; **x = 50**
26. $-\{-2 \cdot (-2) : (-1) - 9 \cdot 1\} \cdot (-3) + x = 9$; $-\{-4 - 9\} \cdot (-3) + x = 9$; $-39 + x = 9$; **x = 48**
27. a) -1 b) 0 c) -10
28. -----
29. $[-3 + (-1) \cdot 9] - [2 - 3 + 3 + x] : (-1) = 0$; $-12 + 2 + x = 0$; **x = 10**
30. $-\{-1 + (-1) \cdot 8 + [-3 + 8 - 8]^2 - 12 : 4\}^3 - 27 = -\{-9 + 9 - 3\}^3 - 27 = 0$
31. $-\{-1 + (-1) \cdot 8 + [-3 + 8 - 8]^2 - 12 : 4\}^3 - 27 = -\{-9 + 9 - 3\}^3 + 27 = 54$
32. $W = 1600$
-
- ```

graph TD
 D --- Q
 D --- Pz1[Pz]
 Q --- Pz2[Pz]
 Q --- P
 Pz2 --- M1[(-4)]
 Pz2 --- M2[3]
 P --- M3[(-2)]
 P --- M4[3]
 M4 --- M5[(-1)]
 M4 --- M6[2]
 M6 --- M7[(-1)]
 M6 --- M8[2]

```

33. a) -1024    b) -243    c) -1    d) -1

34.  $36 \cdot 11 + 2 + 3 - 169 = 396 - 164 = \mathbf{232}$

35.  $9 \cdot \{-160 - 3 \cdot 71 + 49 \cdot 16\} = 9 \cdot \{-160 - 213 + 784\} = 9 \cdot 411 = 3699$

36.  $-\{1 - [1296 + 108 + 72] - 8 \cdot 125\} - 150$   
 $= -\{1 - 1476 - 1000\} - 150 = 2475 - 150 = \mathbf{2325}$

37.  $-\{-6 + 128 - 49 - 128 - 6\} + 9 - 27 = -[-61] - 18 = 43$

38. 87





58.  $924 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$ ;  $672 = 2^5 \cdot 3 \cdot 7$ ;  $784 = 2^4 \cdot 7^2$ ;  $392 = 2^3 \cdot 7^2$ ;  $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$ ;  $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$   
 $\implies \text{ggT} = 2^2 \cdot 7 = \mathbf{28}$ ;  $N = 28 \cdot 24 + 5 \cdot 10 = \mathbf{722}$  (Stück); ( $F = 566048$ )
59.  $2B = 1800 = 50y$ ;  $y = 36$ ;  $\mathbf{x = 6}$ ; oder  $A = 20 \cdot 30 + 50x = 30 \cdot 30 = B$ ;  $\mathbf{x = 6}$   
 $UA = 172$ ;  $UB = 120$ ;  $\mathbf{UA - UB = 52}$
60.  $v_A + v_B = 34 \text{ km/h}$ ;  $\mathbf{t = 2 \text{ h}}$ ;  $\mathbf{36 \text{ km von A (32 km von B)}}$
61.  $t$ : Anteil der Tochter  
 $\mathbf{14000 = (t-1500) + t + (t-700)}$
62.  $4x - 27 + 5 = 3x$ ;  $\mathbf{x = 22}$
63.  $\mathbf{z + z+1 + z+2 + z+3 = 4(z+1)+2}$ ; **allgemeingültig**
64.  $5x - 31 = 3x + 5$ ;  $\mathbf{x = 18}$
65.  $H$ ;  $S = 86 - H$ ;  $2H + 4(86 - H) = 282$ ;  $344 - 2H = 282$ ;  $\mathbf{H = 31}$ ;  $\mathbf{S = 55}$
66.  $1200 + 1300 + 1400 = 3900 = 2(a+b+c)$ ;  $a+b+c = 1950$ ;  $\mathbf{a = 750}$ ,  $\mathbf{b = 650}$ ,  $\mathbf{c = 550}$
67.  $U/2 = 160 = l + b = 4t \implies l = 120$ ,  $b = 40$ ,  $F = 4800 \implies F/4 = 1200$   
 $\implies b_A = 30$ ,  $\implies x = (120 - 30):2 = \mathbf{45 \text{ m}}$
68.  $\ddot{a} + \ddot{a} + 6 + \ddot{a} + 12 + \ddot{a} + 18 = 4\ddot{a} + 36 = 188$ ;  $4\ddot{a} = 152$ ;  $\ddot{a} = 38$
69. nur 4er  $\implies 205 \cdot 4 = 820 \implies 240$  zu wenig  $\implies 120$  6er und 85 4er