

# Geometrie, Einführung

## Punkte, Linien

1. Gib die Längen von 3 Strecken  $r$ ,  $s$ ,  $t$  an, welche **nicht** die Seiten eines Dreiecks sein können. Begründe deine Wahl.
2. a) Zeichne Punkte und Geraden, welche folgende Bedingungen erfüllen:  
 $a \cap b = \{X\}$  und  $Y \in a \cap c$  und  $b \cap c = \{\}$   
b) Zeichne Punkte  $A$ ,  $B$  und  $P$ , für die gilt:  $P \in (AB)$  und  $P \notin AB$
3. Wo liegen die Mittelpunkte aller Kreise mit Radius 7cm, welche durch einen gegebenen Punkt  $P$  gehen ? (**keine** Zeichnung)
4. Gegeben:  $k_1(M_1|9\text{cm})$  und  $k_2(M_2|11\text{cm})$ . Zwischen welchen Grenzen muss  $\overline{M_1M_2}$  liegen, wenn  $k_1$  und  $k_2$  zwei gemeinsame Punkte haben sollen ? Formuliere die Antwort mit Hilfe der Zeichen  $<$ ,  $>$ ,  $\geq$  oder  $\leq$ .
5. Gegeben: Dreieck  $ABC$  mit  $\overline{AB} = 10$ ,  $\overline{BC} = 8$ ,  $\overline{AC} = 7$ .  
Gesucht: Alle Punkte, die im Innern des Dreiecks liegen und die von  $A$  höchstens 6, von  $B$  mehr als 5,5 und von  $C$  weniger als 5 entfernt sind (nur Konstruktion, markiere die gesuchten Punkte farbig).
6. Gegeben:  $AB$  mit  $\overline{AB} = 6$ .  
Gesucht: Alle Punkte  $P$  mit  $3 \leq \overline{PA}$  und  $\overline{PA} \leq 7$  und  $\overline{PB} > 5$ . (Farbe!)
7. Gegeben:  $PQ$  mit  $\overline{PQ} = 5$ . Bestimme die Menge  $M = \{X \mid \overline{XP} \leq 2 \text{ und } \overline{XQ} \leq 6\}$ .
8. Für die 3 Strecken  $q$ ,  $r$  und  $s$  gilt:  $q \leq r \leq s$ . Gib **eine** weitere Bedingung an, so dass  $q$ ,  $r$  und  $s$  die Seiten eines Dreiecks sein können.
9. Gegeben:  $k(M|2)$ .  
a) **Konstruiere** einen Kreis  $k'$  mit Radius  $r' = 3$ , der  $k$  von aussen berührt.  
b) **Beschreibe** möglichst knapp die Konstruktion von  $k'$ .  
c) Wo liegen die Mittelpunkte aller derartigen Kreise  $k'$ ? (keine Zeichnung)
10. Gegeben: Punkte  $X, Y$  mit  $\overline{XY} = 3,5$ .  
a) Zeichne  $k_1(X|4)$  und  $k_2(Y|5)$ ;  $k_1 \cap k_2 = \{G, H\}$ .  
b) Zeichne  $(GH)$  und miss  $\overline{GH}$ .

11. Zeichne zwei Punkte A und B sowie die Gerade (AB). Zeichne einen dritten Punkt  $C \notin (AB)$ . Gib alle Punkte  $X \in (AB)$  an, für die gilt:  $\overline{XC} > \overline{AC}$  (Farbe!).
12. Gegeben: Geraden g und h mit  $g \cap h = \{S\}$ .  
Gesucht: Alle Punkte P die auf g oder auf h liegen und für die gilt:  
 $3 \leq \overline{PS} \leq 5$  . (verwende Farben!)

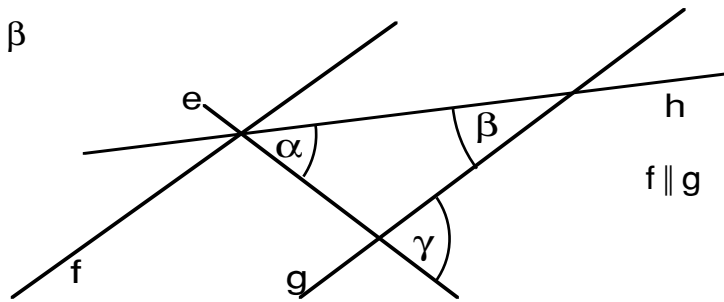
## Winkel

13. Zeichne ein Dreieck ABC mit  $\overline{AB} = 10$ ,  $\overline{BC} = 8$ ,  $\overline{AC} = 12$ .  
a) Miss den Abstand x des Punktes A von (BC).  $x = ?$   
b) Zeichne das Lot h von C auf (AB)  
c) Miss den Winkel  $\delta = \sphericalangle ABC$ .  $\delta = ?$   
d) Zeichne die Parallele p zu (AB) durch C.  
e) Zeichne die Parallelen g und f zu h durch A und B.
14. a)  $\gamma$  und  $\alpha$  sind Nebenwinkel mit  $\gamma = 11\alpha$ .  $\gamma = ?$ ,  $\alpha = ?$   
b)  $\alpha$  und  $\beta$  sind Scheitelwinkel mit  $\alpha + \beta = 104^\circ$ . Wie gross ist ein Nebenwinkel von  $\beta$ ? (nur Berechnung)
15. Auf einem horizontalen Platz steht eine senkrechte Säule. Aus 60m Entfernung erscheint ihr oberes Ende unter dem Höhenwinkel  $44^\circ$  (Augenhöhe = 1,5m).  
a) Wie hoch ist die Säule? b) Unter welchem Höhenwinkel erscheint das obere Ende in einer Entfernung von 30m?  
(möglichst genaue Zeichnung in geeignetem Massstab;  
gib den Massstab an: 1cm = ....m)
16. **Konstruiere** einen  $60^\circ$ -Winkel. Die Schenkel heissen f und g, der Scheitel heisst S.  
**Konstruiere** die Winkelhalbierende w. Zeichne  $P \in w$  mit  $\overline{SP} = 6\text{cm}$ .  
 $\overline{Pg} = ?$ ,  $\overline{Pf} = ?$
17.  $\alpha$  und  $\beta$  sind Scheitelwinkel mit  $\alpha + \beta = 47^\circ 15'$ . Wie gross ist ein Nebenwinkel von  $\alpha$ ? (Nur Berechnung !)
18. Das 5-fache eines Winkels ist um  $10^\circ$  grösser als das 3-fache seines Nebenwinkels. Wie gross sind die Winkel? (Nur Rechnung!)

19. Konstruiere nur mit Zirkel und Lineal einen Winkel von  $307,5^\circ$ .
20. Auf einem horizontalen Platz steht auf einem Sockel eine Statue. David steht 15m vom Sockel entfernt und erblickt das obere Ende der Statue unter einem Höhenwinkel von  $30^\circ$  (Augenhöhe = 1,5m), die Statue selber (ohne Sockel) dagegen erblickt er vom gleichen Standpunkt aus unter dem Sehwinkel von  $25^\circ$ .  
Wie hoch ist der Sockel und wie hoch die Statue ?  
(möglichst genaue Zeichnung in geeignetem Massstab)
21. Gegeben sind die Strecken  $a = 10$ ,  $b = 6$ ,  $c = 9$ .  
a) Zeichne ein Dreieck ABC mit  $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $AC = b$ .  
b) Zeichne die Mittelsenkrechte  $m_b$  von AC und die Winkelhalbierende  $w_\gamma$  von  $\gamma = \sphericalangle ACB$ .  $m_b$  und  $w_\gamma$  schneiden sich in P.  
c) Miss  $\overline{PA}$ ,  $\overline{Pb}$ ,  $\overline{Pc}$  und  $\beta = \sphericalangle ABC$ .
22. Zeichne einen spitzen Winkel (Schenkel: a und b). Wähle auf a und b je einen Punkt A bzw. B. Zeichne die Lotgeraden  $s_a$  und  $s_b$  zu den Schenkeln in A bzw. B. Vergleiche  $\sphericalangle ab$  und  $\sphericalangle s_a s_b$ . Vermutung ?
23. Gegeben:  $k(M|4)$ . Wähle  $P \in k$  bel.;  $k'(P|7)$  schneidet k in A und B.  
a) Zeichne die Mittelsenkrechte m zu AB. Vermutung ?  
b) Miss  $\sphericalangle APB$  und  $\sphericalangle AMB$ . Vermutung ?
24. Gib eine Definition des Begriffes "Scheitelwinkel".
25. Wie wurde der Begriff "Abstand" definiert ?
26. Die **ganze** Aufgabe muss mit einer **einzigen** Zeichnung gelöst werden  
a) Zeichne 3 Punkte P, Q, R so, dass  $\overline{PQ} = 12$ ,  $\overline{QR} = 8$ ,  $\overline{RP} = 10$ .  
b) Fülle das Lot von P auf die Gerade (QR)  $\longrightarrow$  Lotfusspunkt F.  
c) Es sei x Abstand des Punktes Q von (PR).  $x = ?$   
d) Es sei  $\beta = \sphericalangle PRQ$ . Konstruiere  $w_\beta$ .  
e) Es sei  $g = (QR)$ ,  $w_\beta \cap (PQ) = \{S\}$ .  $\overline{Sg} = ?$
27. Fabian und Franziska peilen mit dem Kompass eine Schlossruine an. Fabian misst  $N16^\circ E$ , Franziska  $N33^\circ W$ . Fabian steht genau 1,1km westlich von Franziska. Wie weit ist Franziska von der Ruine entfernt und unter welchem Winkel erscheint die Strecke zwischen Fabian und Franziska von der Ruine aus ? (Konstruktion.....)

28. Die Summe eines Winkels  $\beta$  und seines Scheitelwinkels ist 13 mal so gross wie ein Nebenwinkel von  $\beta$ .  $\beta = ?$  (Rechnung)

29. Beweise:  $\gamma = \alpha + \beta$



30. Gegeben: Dreieck  $A(1|1,5)$   $B(8|2,5)$   $C(4,5|10)$ .

a) Fälle das Lot von C auf (AB) und bestimme den Lotfusspunkt F.

b) Bestimme den Abstand des Punktes B von (AC).

c) Miss  $\sphericalangle ACB$

31. Konstruiere einen  $45^\circ$ -Winkel mit Scheitel S und Schenkeln e und f sowie Winkelhalbierender w. Auf w liegt der Punkt X mit  $\overline{SX} = 7$ . Zeichne die Lotgerade g zu w durch X. Miss  $\overline{Xe}$ .

32. Konstruiere nur mit Zirkel und Lineal einen Winkel von  $232^\circ 30'$ .

33. Gegeben: 2 Punkte X und Y.

Gesucht: KB für die Konstruktion der Mittelsenkrechten s von XY.

## Parallelen

34. Die Winkel an einer Grundseite eines Trapezes messen  $110^\circ$  und  $140^\circ$ . Die Halbierenden der Winkel an der anderen Grundseite schneiden sich unter dem Winkel  $\varphi$ . **Berechne**  $\varphi$  !

35. Gegeben: Gerade g und Punkt P nicht auf g.

Konstruiere nur mit Zirkel und Lineal die Parallele h zu g durch P. (**mit KB**)

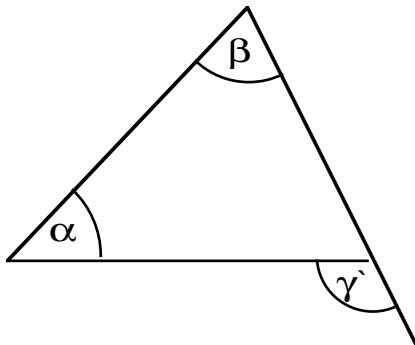
36. Teile eine Strecke PQ der Länge 11cm in sieben gleiche Teilstrecken (**Konstruktion** !).

37. a) Berechne die Winkelsumme in einem 105-Eck.

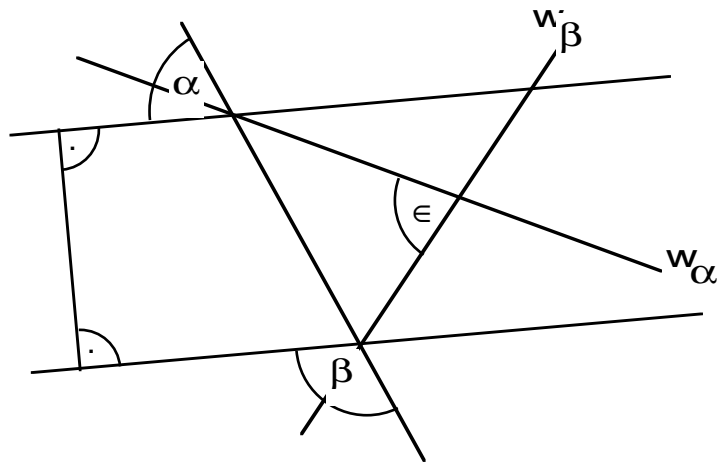
b) In welchen Vielecken beträgt die Winkelsumme  $71820^\circ$  ?

38. In einem Dreieck gibt es 3, in einem Viereck 4 verschiedene Aussenwinkel. Berechne die Summe der verschiedenen Aussenwinkel  
 a) im Dreieck b) im Viereck.

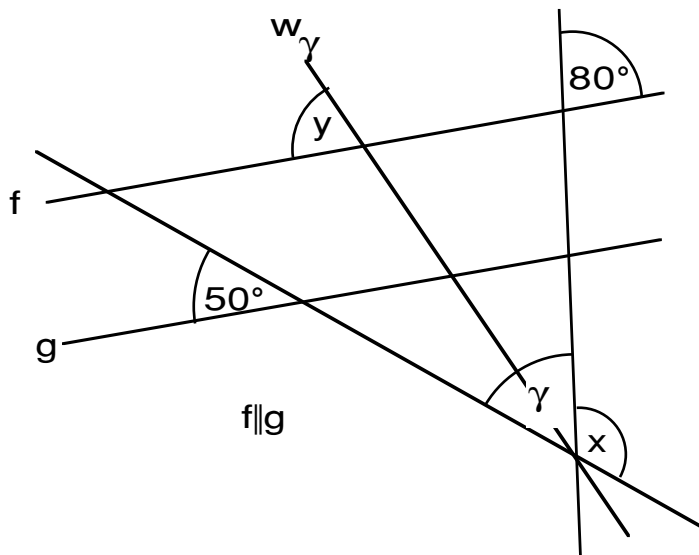
39. a) Beweise:  $\gamma' = \alpha + \beta$



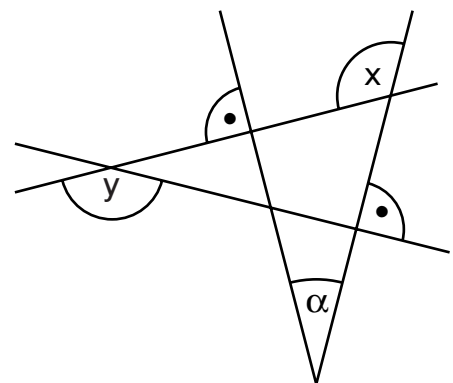
b) Beweise:  $\epsilon = 90^\circ$



40. a)  $x = ?; y = ?$

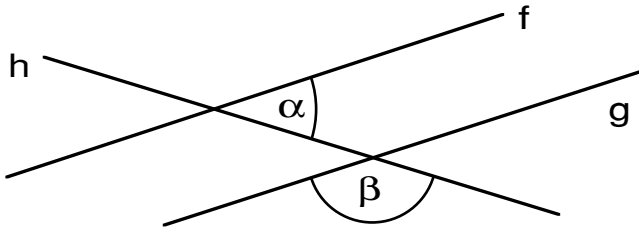


b)  $\alpha$  ist gegeben.  $x = ?; y = ?$



41. Gegeben:  $g = (AB)$ ,  $h = (CD)$  mit  $A(0|3)$ ,  $B(11.5|8)$ ,  $C(10.5|1)$ ,  $D(0|10)$ .  
 a) Gesucht: alle Punkte, die von  $g$  2cm und von  $h$  3cm Abstand haben.  
 b) Zeichne für einen der bei a) gefundenen Punkte die Abstände von  $g$  und  $h$  rot ein.  
 c) Gesucht: alle Punkte, die von  $g$  2cm Abstand haben und von denen aus  $AB$  unter einem rechten Winkel erscheint.

42.



**Voraussetzung:**  $f \parallel g$   
**Behauptung:**  $\alpha + \beta = 180^\circ$   
**Beweis:** ?

43. Beweise:

- a) Im Rechteck ABCD gilt:  $\sphericalangle DAC = \sphericalangle BCA$
- b) Im Dreieck ABC mit den Winkeln  $\alpha, \beta, \gamma$  gilt:  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$   
 (Tip: Zeichne eine Parallele zu (BC) durch A)

44. Gib eine Definition (nur Worte, keine Zeichnung!) folgender Begriffe:

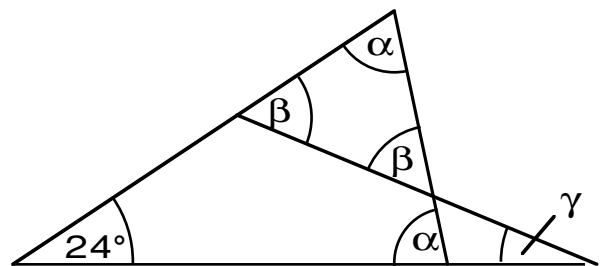
- a) Nebenwinkel    b) Stufenwinkel

45. Gib eine Definition (nur Worte, keine Zeichnung!) folgender Begriffe:

- a) Scheitelwinkel    b) Wechselwinkel

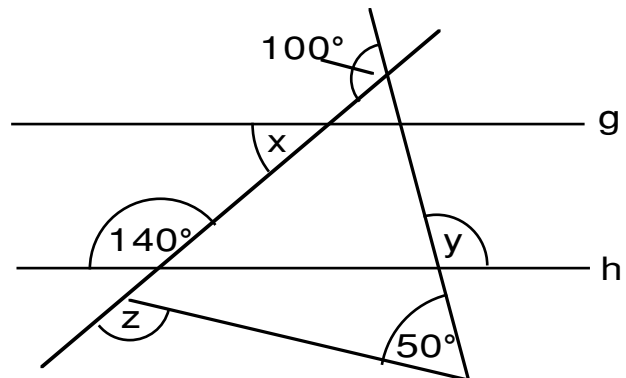
46.

$\alpha = ?; \beta = ?; \gamma = ?$



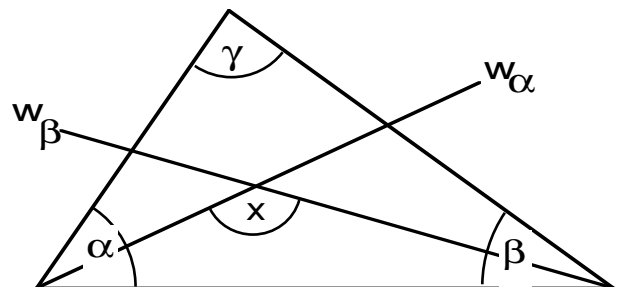
47.

$g \parallel h$   
 $x = ?; y = ?; z = ?$



48.

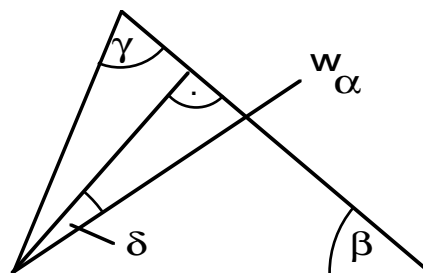
- a)  $\alpha = 65^\circ, \beta = 25^\circ. x = ?$
- b)  $\gamma = 90^\circ; \alpha, \beta$  beliebig.  $x = ?$



49. Berechne alle Innen- und Aussenwinkel eines Dreiecks mit  $\alpha = \beta = 22\gamma$ .
50. Ein n-Eck hat die Winkelsumme  $20340^\circ$ ; wieviele Ecken hat es ?
- 51.

Geg:  $\beta, \gamma$ .

Ges:  $\delta$



## Geometrische Örter

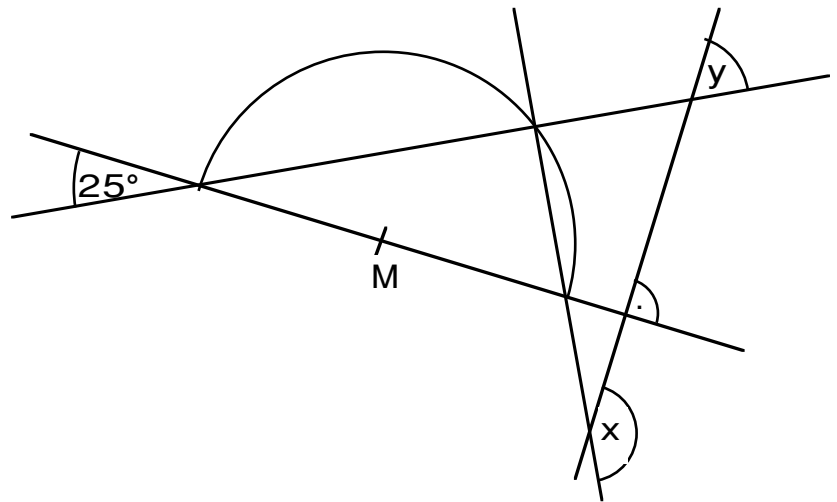
52. Auf einer Geraden  $g$  liegt der Punkt  $M$ . Welche Punkte sind von  $M$  höchstens  $4\text{cm}$  entfernt und haben von  $g$  einen Abstand zwischen  $2\text{cm}$  und  $3\text{cm}$  ?
53. Geg.:  $AB$  mit  $\overline{AB} = 6$ .  
Ges.: Menge aller Punkte  $P$ , von denen aus  $AB$  unter einem rechten Winkel erscheint und für die gilt:  $\overline{PA} \geq 4$  und  $\overline{PB} > 3$ .
54. Geg.:  $g, h, f, X$  mit  $g \parallel h, f \perp h$  und  $X \in f \cap h$ .  
Ges.:  $\mathbb{L} = \{P \mid \overline{Pg} \geq \overline{Ph} \text{ und } \overline{PX} \leq 3 \text{ und } \overline{Pf} = \overline{Ph}\}$
55. Geg: Dreieck  $ABC$  mit  $a = 5, b = 4, c = 6$ .  
Ges: alle Punkte  $P$  im **Innern** des Dreiecks für die gilt:  $\overline{PA} < \overline{PB}$  und  $\overline{Pa} \leq \overline{Pb}$ .
56. Geg: Dreieck  $ABC$  mit  $a = 4, b = 6, c = 5$ .  
Ges: Punkte  $P$  mit  $\overline{Pa} = \overline{Pb}$  und  $\overline{Pb} \leq 1.5$  ; **KB**.
57. Geg.:  $g = (AB)$  mit  $\overline{AB} = 5$ .  
Ges.: Punkte  $P$  mit  $\overline{Pg} < 3$  und  $\overline{PA} \geq \overline{PB}$  und  $\sphericalangle APB \leq 90^\circ$ .
58. Geg:  $A(0/1), B(12/8), C(0/10), D(13/0)$ ;  $g = (AB)$ ;  $h = (CD)$ .  
a) Ges: Punkte, die von  $g$  und  $h$  den gleichen Abstand haben; dieser Abstand soll mindestens  $1$  und höchstens  $2$  sein (**KB**).  
b) Der Lösungspunkt mit der kleinsten  $x$ -Koordinate heisse  $P$ , jener mit der grössten  $y$ -Koordinate heisse  $Q$ . Bestimme  $P$  und  $Q$ .

59. Gegeben: AB mit  $\overline{AB} = 4$ .

Gesucht: Alle Punkte, deren Entfernungen von A und von B beide höchstens 3.5 sind und von denen aus AB unter einem rechten Winkel gesehen wird.

60. M: Kreismittelpunkt

$x = ?$ ,  $y = ?$



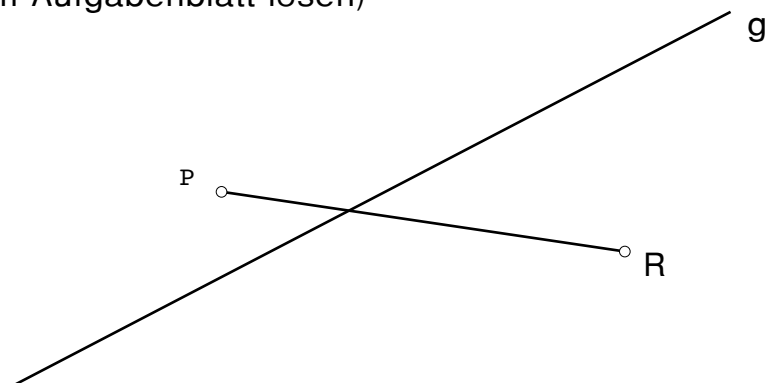
61. Gegeben: Parallelenpaar  $g, h$  im Abstand 3, das von der Geraden  $f$  geschnitten wird.

Gesucht: Alle Punkte, deren Abstand von  $g$  kleiner ist als der von  $h$  und deren Abstand von  $f$  kleiner als 2 ist.

62. Gegeben: 2 Geraden  $f$  und  $g$ , die sich in  $S$  unter einem  $30^\circ$ -Winkel schneiden sowie ein Punkt  $P \in g$  mit  $\overline{PS} = 4$ .

Gesucht: Alle Punkte  $X$ , die von  $f$  und  $g$  gleichen Abstand haben und für die gilt:  $\sphericalangle PXS \leq 90^\circ$  (nur KB, keine Konstruktion).

63. Gesucht: Rechteck mit der Diagonalen  $PR$  und der Ecke  $Q$  auf  $g$ .  
(direkt auf dem Aufgabenblatt lösen)





**64.** Geg: AB mit  $\overline{AB} = 10$

Ges: Alle Punkte, die näher bei A als bei B liegen und die von A mehr als 2cm entfernt sind und von denen aus AB unter einem Winkel  $> 90^\circ$  erscheint.

## Geometrie, Einführung: Lösungen

1.  $r = 2, s = 3, t = 6 \Rightarrow r + s < t$ , Widerspruch zur Dreiecksungleichung
2. a)  $c \parallel b$   
b) P liegt auf der Geraden (AB), ausserhalb der Strecke AB
3. auf  $k(P)7$
4.  $2 \leq \overline{M_1M_2} \leq 20$
5. Schneide das Innere der Dreiecks mit dem Innern von  $k(A)6$  (samt Rand), dem Aeussern von  $k(B)5.5$  (ohne Rand) und mit dem Innern von  $k(C)5$  (ohne Rand).
6. Schneide das Innere von  $k(A)7$  mit dem Aeussern von  $k(A)3$  (beide mit Rand) und mit dem Aeussern von  $k(B)5$  (ohne Rand)
7. Die beiden Kreisinnern samt Rand schneiden.
8.  $q + r > s$
9. b) 1. g bel mit  $M \in g$  2.  $g \cap k \rightarrow P, P'$  3.  $k'(P|r') \cap g \rightarrow M'$   
c) auf  $k(M'|2 + r' = 5)$
10. a) ----- b)  $\overline{GH} = 7.94$
11. m sei die Mittelsenkrechte von AC. Lösung: alle Punkte der Ebene, die auf derselben Seite von m liegen wie A.
12. Kreisring ( $k(S)3, k(S)5$ ) samt Rändern mit g und h schneiden  $\rightarrow$  4 Strecken.
13. a)  $x = 9.9$  b) ----- c)  $\delta = 82.5^\circ$  d), e) -----
14. a)  $\alpha = 15^\circ, \gamma = 165^\circ$  b)  $\alpha = \beta = 52^\circ \Rightarrow$  Nebenwinkel =  $128^\circ$
15. a)  $h = 57.5 + 1.5 = 59.0$  b)  $\varphi = 62.5^\circ, 1 \text{ cm} = 10 \text{ m}$
16. Lote von P auf f und g  $\Rightarrow \overline{Pg} = \overline{Pf} = 3.0$
17.  $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) / 2 = 180^\circ - 23^\circ 37' 30'' = 156^\circ 22' 30''$
18.  $\alpha = 68^\circ 45', \alpha' = 111^\circ 15'$

19.  $307,5^\circ = 270^\circ + 1/2 \cdot 60^\circ + 1/8 \cdot 60^\circ$
20. Säule:  $1.31\text{m} + 1.50\text{m} = 2.81\text{m}$ ; Statue:  $8.66\text{m} - 1.31\text{m} = 7.35\text{m}$  (tot:10.2m)
21. a) b) ----- c)  $\overline{PA} = 3.4$  ;  $\overline{Pb} = 1.85$  ;  $\overline{Pc} = 2.7$  ;  $\beta = 37^\circ$
22. Die beiden Winkel sind gleich gross.
23. a) Mittelsenkrechte geht durch M. b) Winkel sind gleich
24. Winkel an einer Geradenkreuzung, die sich gegenüber liegen (die keinen gemeinsamen Schenkel haben)
25. Abstand eines Punktes von einer Geraden: Länge des Lotes vom Punkt bis zur Geraden.
26. a) b) ----- c)  $x = 6.9$  d) ----- e)  $\overline{Sg} = 4.4$
27. 1.40km,  $49^\circ$
28. Nebenwinkel:  $\gamma. \implies 2 \cdot \gamma + 13 \cdot \gamma = 15 \cdot \gamma = 360^\circ \implies \gamma = 24^\circ \implies \alpha = 156^\circ$
29.  $\gamma$  ist Aussenwinkel, also  $\gamma = \alpha + \beta$
30. a)  $F(5.7)2.2$  b) 6.1 c)  $47^\circ$
31.  $\overline{Xe} = 2,7$
32.  $\alpha = 180^\circ + 60^\circ - 7.5^\circ$
33. 1.  $k(X|r) \cap k(Y|r)$  mit  $r > 1/2 \cdot \overline{XY} \rightarrow A, B$  2.  $s = (AB)$
34.  $(180-110):2 = 35$ ;  $(180-140):2 = 20$ ;  $180 - 35 - 20 = 125^\circ$
35.  $f \nparallel g$  bel. mit  $P \in f$ ;  $\sphericalangle(g, f)$  in  $P$  an  $f \implies$  freier Schenkel  $\parallel g$
36. Auf Strahl durch  $P$  von  $P$  aus hintereinander 7 mals gleiche Strecke abtragen  $\rightarrow A_1, \dots, A_7$ . Durch  $A_1, \dots, A_7$  Parallelen zu  $A_7Q$ .
37. a)  $18'540^\circ$  b) 401-Eck
38. a), b)  $360^\circ$

39. a)  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ;  $\gamma' + \gamma = 180^\circ \implies$  Beh.  
 b)  $\alpha = \beta'$  (Stufen $\sphericalangle$ )  $\implies \alpha + \beta = \beta' + \beta = 180^\circ \implies$   
 im  $\Delta$  mit  $\epsilon$ :  $\alpha/2 + \beta/2 = 90^\circ \implies \epsilon = 90^\circ$
40. a)  $x = 130^\circ$ ;  $y = 75^\circ$     b)  $x = 90^\circ + \alpha$ ;  $y = 180^\circ - \alpha$
41. a)  $\parallel$  en zu g im Abstand 2 mit denen zu h im Abstand 3 schneiden.  
 $\rightarrow (4.1]2.6), (10.2]5.2), (6.6]8.2), (0.7]5.4)$   
 b) Lote auf g, h  
 c)  $\parallel$  en zu g im Abstand 2  $\cap$  Thaleskreis über AB  
 $\rightarrow (1.2]1.3), (11.9]6.0), (10.3]9.6), (-0.4]4.9)$
42.  $\alpha = \beta'$  (Stufen $\sphericalangle$ );  $\beta' + \beta = 180^\circ$  (Neben $\sphericalangle$ )  $\implies \beta' + \beta = \alpha + \beta = 180^\circ$
43. a)  $AD \parallel BC \implies \sphericalangle DAC$  und  $\sphericalangle BCA$  sind Wechselwinkel  
 b) Parallele zu (BC) durch A  
 $\implies \gamma' = \gamma$  und  $\beta' = \beta$  (Wechsel $\sphericalangle$ ) und  $\alpha + \beta' + \gamma' = 180^\circ$
44. a) nebeneinanderliegende  $\sphericalangle$  an einer Geradenkreuzung  
 b) f schneidet Geradenpaar (g,h)  $\rightarrow$  2 Geradenkreuzungen.  
 Stufen $\sphericalangle$  =  $\sphericalangle$  an je einer Kreuzung, auf gleicher Seite von f und von g, bzw. h
45. a) gegenüberliegende  $\sphericalangle$  an einer Geradenkreuzung  
 b) f schneidet Geradenpaar (g,h)  $\rightarrow$  2 Geradenkreuzungen.  
 Wechsel $\sphericalangle$  =  $\sphericalangle$  an je einer Kreuzung, auf verschiedenen Seiten von f und von g, bzw. h
46.  $\alpha = 78^\circ$ ;  $\beta = 51^\circ$ ;  $\gamma = 27^\circ$
47.  $x = 40^\circ$ ;  $y = 40^\circ + 80^\circ = 120^\circ$ ;  $z = 50^\circ + 80^\circ = 130^\circ$
48.  $x = 180^\circ - (\alpha + \beta)/2$  a) b)  $x = 135^\circ$
49.  $45\gamma = 180^\circ \implies \gamma = 4^\circ$ ,  $\alpha = \beta = 88^\circ$ ;  $\alpha' = \beta' = 92^\circ$ ,  $\gamma' = 176^\circ$
50.  $n-2 = 113 \implies n = 115$
51. Im oberen  $rw\Delta$  ist  $\delta' = 90^\circ - \gamma \implies \delta = \alpha/2 - \delta'$   
 $= (180^\circ - \beta - \gamma)/2 - (90^\circ - \gamma) = \gamma/2 - \beta/2$   
 Im unteren  $rw\Delta$ :  $\epsilon = \beta + \alpha/2$   
 $\implies \delta = 90^\circ - \epsilon - \alpha/2 = 90^\circ - \beta - (180^\circ - \gamma - \beta)/2 = \gamma/2 - \beta/2$

60.  $y = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ ;  $x = 90^\circ + y = 155^\circ$

63. Thaleskreis über  $PR \cap g \rightarrow Q_1 Q_2 \rightarrow PQR_1 S$  und  $PQR_2 S$