

# Pythagoras

## Quadratwurzeln

1. Bringe wurzelfreie Faktoren unter die Wurzel:

a)  $8 \cdot \sqrt{8}$

b)  $2a^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4a^2} - \frac{a}{2}}$

2. Radiziere teilweise:

a)  $\sqrt{48}$

b)  $\sqrt{726}$

c)  $\sqrt{45b^3c^5}$

d)  $\sqrt{(ax^3 - bx^3)(a - b)}$

3. Vereinfache und schreibe - falls möglich - ohne Wurzel:

a)  $\sqrt{6400x^4y^6z^2}$

b)  $\sqrt{185^2 - 104^2}$

c)  $\sqrt{3\sqrt{5}} \cdot \sqrt{15\sqrt{5}}$

d)  $(\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}})^2$

e)  $\sqrt{\frac{a}{bc}} : \sqrt{\frac{c}{ab}}$

f)  $\frac{7 + x}{\sqrt{7 + x}}$

4. Bringe wurzelfreie Faktoren unter die Wurzel:

a)  $xyz^2\sqrt{\frac{x}{z}}$

b)  $a^2\sqrt{\frac{1}{a} - a}$

c)  $-3\sqrt{7a}$

d)  $3\sqrt{3x - \frac{z}{3}}$

5. Vereinfache (keine Wurzel im Nenner, keine Brüche im Radikanden) :

a)  $\sqrt{108}$

b)  $\sqrt{75a^3x^5}$

c)  $\sqrt{(3m + 2n)(n + m)}$

d)  $\sqrt{\frac{64}{45}}$

e)  $\sqrt{222^2 + 888^2}$

f)  $\sqrt{a^2 + \left\{\frac{a}{2}\right\}^2}$

g)  $\sqrt{(3f)^2 - \left\{\frac{3}{f}\right\}^2}$

6. Vereinfache:

a)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$

b)  $\sqrt{8\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2\sqrt{8}}$

c)  $(m^3 + 2\sqrt{n})(m^3 - 2\sqrt{n})$

d)  $\left[\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}}\right]^2$

e)  $\frac{a - 2}{\sqrt{a} - \sqrt{2}}$

f)  $\left[\frac{\sqrt{5}}{5}\right]^5 \cdot \sqrt{5}$

7. Vereinfache (Resultate in Normalform):

a)  $\frac{6}{2\sqrt{2} - \sqrt{5}}$

b)  $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

8. Löse (Resultate in Normalform):

a)  $x\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{3} - x\sqrt{3}$

b)  $12 + \sqrt{2} \cdot x = 14 - \sqrt{3} \cdot x$

9. Vereinfache (ohne TR, Lösungsweg aufschreiben):

a)  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$       b)  $\sqrt{8\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2\sqrt{8}}$       c)  $\frac{a-2}{\sqrt{a}-\sqrt{2}}$       d)  $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^5 \cdot \sqrt{5}$

e) Bringe den Faktor  $2a^2$  unter die Wurzel:  $2a^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4a^2} - \frac{a}{2}}$

10. Mit TR: Gib die Resultate auf 3 signifikante Ziffern gerundet sowohl in Dezimalschreibweise, als auch in wissenschaftlicher Schreibweise:

a)  $\frac{(1.23^3 - 4.56) \cdot 7.89^3}{2.3 \cdot (45 - 6.78)^8}$       b)  $\sqrt{\frac{102^3}{4.5^6} - \frac{7.8^9}{(\sqrt{10} - 1.13)^{14}}}$

11. Mit TR: Auf wieviel wächst ein Kapital von Fr. 123'456.70 während 234 Tagen bei einem Zinsfuss von 1.75 an ? (auf 5 Rp. gerundet)

12. Mit TR: Ein Velo kostet laut Katalog Fr. 1459.-. Die Händlerin gibt einen Rabatt von 5.3%. Bei Barzahlung wird nochmals eine Ermässigung (= Skonto) von 2.7% gewährt.

Wieviel kostet das Velo also bei Barzahlung ? (auf 5 Rp. runden)

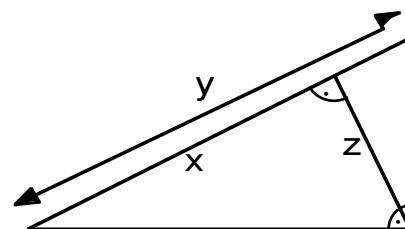
13. Mit TR: Wie lange dauert die Reise einer Raumsonde zum Mars ( $v = 1.11 \cdot 10^4 \text{m/s}$ ), wenn eine Distanz von  $3.19 \cdot 10^{11} \text{m}$  zurückgelegt werden muss ? Resultat a) in Sekunden b) in Tagen und Stunden.

## Berechnungen 1

14. In einem rechtwinkligen Dreieck mit  $\gamma = 90^\circ$  ist  $h = 5$  und  $p = 2$ . Berechne  $a, b, c, q, F$ .

15.

Die Grössen  $x, y$  und  $z$  in nebenstehender Figur können nicht beliebig gewählt werden, sondern müssen eine bestimmte Gleichung erfüllen. Wie lautet diese Gleichung ?



16. In einem Dreieck ist  $b = 10 \text{m}$ ,  $c = 17 \text{m}$ ,  $h_a = 8 \text{m}$ . Berechne die Fläche  $F$ .

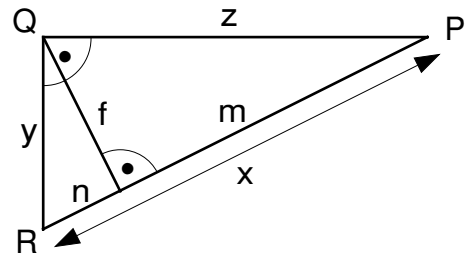
17. In einem rw. Dreieck ( $\gamma = 90^\circ$ ) ist  $a = 16$  und  $p = 8$ . Berechne  $b, c, q, h$ .

18. Ein glsch. Dreieck hat Schenkel der Länge 17; die Höhe auf die Basis ist 6. Berechne die Fläche.

19. Berechne die Seite  $x$  und die Fläche  $F$  eines Quadrates mit der Diagonalen  $d = 110$ .
20. In einem rw. Dreieck ( $\gamma = 90^\circ$ ) ist  $a = 12$  und  $p = 9$ . Berechne  $b, c, q, h$ .

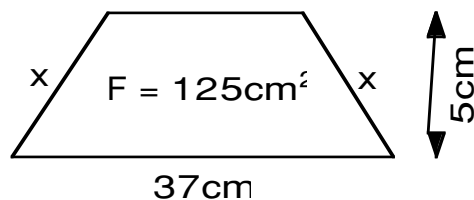
21.

- a) Formuliere den Höhensatz für das Dreieck PQR.  
 b) Beweise diesen Satz!



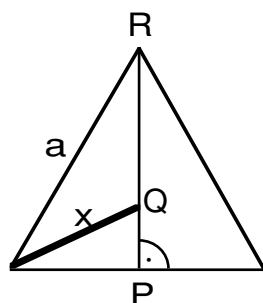
22. Der Umkreisradius eines Quadrates ist  $r$ . Drücke möglichst einfach den Quadratumfang  $U$  durch  $r$  aus.

23.



$x = ?$

24.



gls.  $\Delta$  mit  $a = 8$ .

Es gilt:  
 $3 \cdot \overline{PQ} = \overline{QR}$

$x = ?$

## Konstruktionen

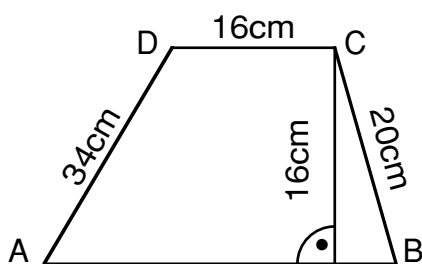
25. Verwandle ein Rechteck mit den Seiten  $a = 2\text{cm}$ ,  $b = 6,5\text{cm}$  in ein Quadrat. Gib den dabei benützten Satz an.
26. Verwandle ein Rechteck mit  $a = 3$ ,  $b = 7$  mit Hilfe des Höhensatzes in ein Quadrat.
27. Verwandle ein Rechteck mit  $a = 3$ ,  $b = 7$  mit Hilfe des Kathetensatzes in ein Quadrat.
28. Konstruiere mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ein Quadrat mit der Fläche 34.

29. Konstruiere mit Hilfe des Kathetensatzes das geom. Mittel von 4 und 6.
30. Konstruiere mit Hilfe des Höhensatzes das geom. Mittel von 4 und 6.
31. Verwandle a) ein Quadrat mit der Seite  $s = 5\text{cm}$  in ein Rechteck mit der Seite  $a = 3\text{cm}$ . Miss die zweite Rechteckseite  $b$ .  
b) ein Rechteck mit den Seiten  $a = 2\text{cm}$ ,  $b = 6,5\text{cm}$  in ein Quadrat und miss dessen Seite  $s$ .
32. Gegeben: Quadrat  $Q$  mit der Seite  $s = 3,5\text{cm}$ . Konstruiere ein Quadrat  $Q'$  mit der dreifachen Fläche.
33. Konstruiere ein Dreieck aus  $a = 4\text{cm}$ ,  $b = 5\text{cm}$ ,  $c = 6\text{cm}$ , verwandle es in ein Quadrat und miss dessen Seite  $x$ .
34. Gegeben ist eine Strecke der Länge  $e$ . Konstruiere mit Hilfe des Höhensatzes eine Strecke der Länge  $e \cdot \sqrt{10}$ .
35. Gegeben ist eine Strecke der Länge  $x$ .  
Konstruiere mit Hilfe des Kathetensatzes eine Strecke der Länge  $x \cdot \sqrt{6}$ .

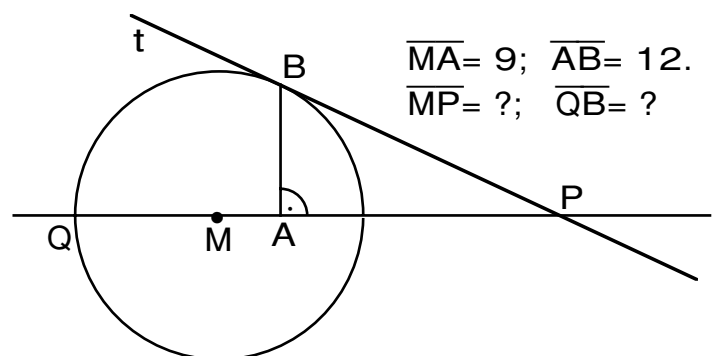
## Berechnungen 2

36. Von einem Punkt  $X$  aus sind die Tangenten an  $k(M|2)$  gelegt. Die Tangentenabschnitte haben die Länge 14. Berechne a)  $\overline{MX}$  b) die Länge der Sehne zwischen den Berührungspunkten der Tangenten.

37. a) Berechne die Fläche  $F$  des Trapezes  $ABCD$ .



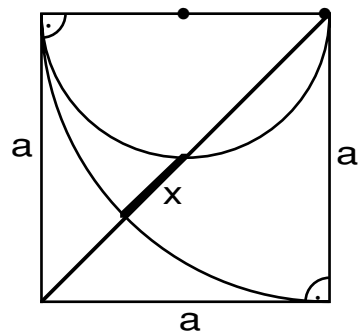
- b)



38. Das Dreieck  $ABC$  hat die Seite  $c = 32$  und die Fläche  $F = 480$ .  $A$  und  $B$  liegen auf  $k(C|r)$ .  $r = ?$
39. Berechne den Abstand zweier paralleler Sehnen der Länge 8 und 12 in einem Kreis mit Radius 16.
40. Berechne die Seite  $a$  in einem Dreieck aus  $b = 9$ ,  $c = 6$ ,  $h_a = 4$ .

41. Einem Kreis mit Radius  $r$  ist ein Rechteck einbeschrieben, dessen Seiten sich wie  $1 : 3$  verhalten. Berechne die Rechtecksfläche.
42. Berechne die Länge einer Diagonalen in einem gleichschenkligen Trapez mit den Grundseiten  $36$  und  $20$  und dem Schenkel  $24$ .
43. An  $k(M|15)$  sind von  $P$  aus die Tangenten gelegt (Berührungspunkte  $B$  und  $B'$ ). Die Tangentenabschnitte haben die Länge  $20$ . Berechne  $\overline{MP}$  und  $\overline{BB'}$ .
44. In einem Kreis sei der Durchmesser  $AB$  gezeichnet. Der Punkt  $X$  liegt auf dem Kreis, hat von  $(AB)$  den Abstand  $500$  und von  $A$  die Entfernung  $700$ . Berechne  $\overline{AB}$ .
45. In einem gleichschenkligen Trapez sind die Grundseiten  $a = 20\text{m}$  und  $c = 10\text{m}$  und der Schenkel  $b = 13\text{m}$ . Berechne die Fläche.
46. Aus einem kreisrunden Baumstamm mit Durchmesser  $d = 50\text{cm}$  soll ein Balken gesägt werden, dessen Querschnittsfläche ein Rechteck mit den Seiten  $a$  und  $b$  ist. Wie gross kann  $b$  höchstens werden, wenn  $a = 45\text{cm}$  sein soll ?
47. In einem rechtwinkligen Dreieck ist die grössere Kathete  $15$ , die kleinere ist um  $9$  kleiner als die Hypotenuse. Berechne die Hypotenuse und die Fläche.

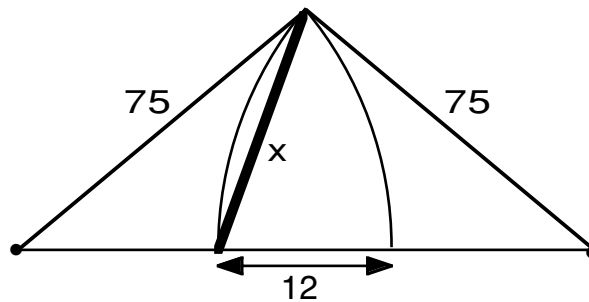
48.



$x = ?$

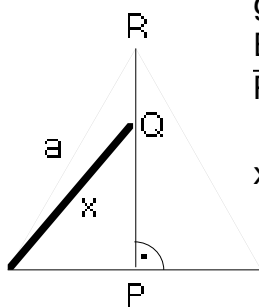
49.

$x = ?$



50. In einem rechteckigen Dreieck misst die Hypotenuse 10m und ein Winkel  $30^\circ$ .  
Berechne die Katheten und die Höhe.

51. a)



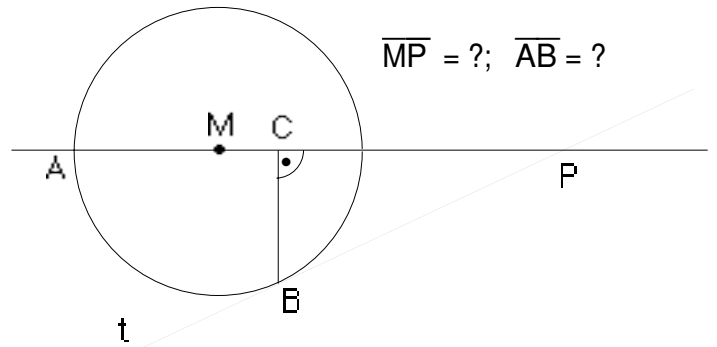
gls.  $\Delta$  mit  $a = 8$ .

Es gilt:

$$\overline{PQ} = 3 \cdot \overline{QR}$$

$x = ?$

b)



$$\overline{MC} = 5; \overline{BC} = 12.$$

$$\overline{MP} = ?; \overline{AB} = ?$$

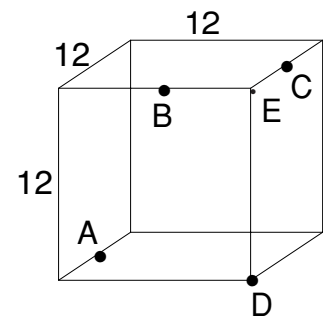
52.

A, B, C : Kantenmitten

a) Fläche F des Dreiecks BCD ?

b)  $\overline{AB} = ?$

c) Vom Würfel wird die Pyramide BCDE abgeschnitten. Oberfläche O des Restkörpers ?



53. Auf einen Würfel mit der Kante  $k$  wird eine Pyramide mit der Seitenkante  $3k$  gesetzt, deren Grundfläche mit der Würfeldeckfläche zusammenfällt. Berechne die Pyramidenhöhe  $h$ , den Abstand der Pyramidenspitze von einer Ecke des Würfelbodens sowie die Oberfläche des ganzen Körpers.

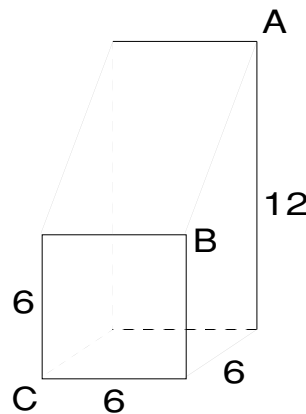
54.

Berechne:

a)  $\overline{AB}$

b) Oberfläche O

c)  $\overline{AC}$



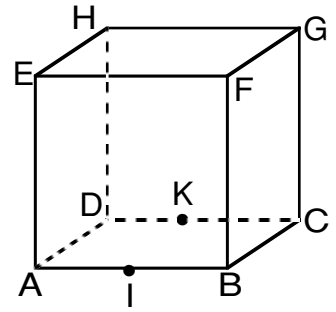
55.

Im Würfel ABCDEFGH mit Kante  $a = 2$  sind I und K Kantenmitten.

Berechne:

a)  $\overline{IG}$

b) die Fläche des Vierecks IKHE.



56. Die Grundfläche einer geraden Pyramide ist ein gls. Dreieck. Die Grundkanten und die Pyramidenhöhe messen alle 6m. Bestimme die Länge einer Seitenkante sowie die Oberfläche der Pyramide.

## Pythagoras: Lösungen

1. a)  $\sqrt{512}$     b)  $\sqrt{(a^2 - 2a^5)}$
2. a)  $4\sqrt{3}$     b)  $11\sqrt{6}$     c)  $3bc^2\sqrt{5bc}$     d)  $x|a - b|\sqrt{x}$
3. a)  $80x^2y^3z$     b)  $\sqrt{289 \cdot 81} = 17 \cdot 9 = 153$     c)  $\sqrt{3 \cdot 15 \cdot 5} = 15$   
d)  $6^{-2} \sqrt{(9 - 5)} = 2$     e)  $\sqrt{(a^2b/bc^2)} = a/c$     f)  $\sqrt{(7 + x)}$
4. a)  $\sqrt{x^3y^2z^3}$     b)  $\sqrt{(a^3 - a^5)}$     c)  $-\sqrt{63a}$     d)  $\sqrt{(27x - 3z)}$
5. a)  $6\sqrt{3}$     b)  $5ax^2\sqrt{3ax}$     c)  $(m+n)\sqrt{2}$     d)  $8\sqrt{5\sqrt{15}}$   
e)  $222\sqrt{17}$     f)  $a\sqrt{5\sqrt{2}}$     g)  $3\sqrt{f^4 - 1/f}$
6.    a) **6**    b) **8**  
c)  $m^6 - 4n$     d)  $8 + 2\sqrt{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})} = 8 + 2 \cdot 3 =$   
**14**  
e)  $(a - 2)(\sqrt{a} + \sqrt{2})/(a - 2) = \sqrt{a} + \sqrt{2}$     e)  $\sqrt{5^6/5^5} = 5^3/5^5 = 1/25$
7. a)  $6(2 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{5})/3 = 4 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{5}$   
b)  $(2 \cdot \sqrt{9} + 3\sqrt{12})/3 \cdot \sqrt{6} = 1/3 \cdot \sqrt{6} + \sqrt{2}$
8. a)  $x = (\sqrt{3} - \sqrt{5})/2 \cdot \sqrt{3} = 1/2 - 1/6 \cdot \sqrt{15} = (3 - \sqrt{15})/6 = -0.1455$   
b)  $x(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 2$ ;  $x = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})/(-1) = 2 \cdot \sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{2} = 0.6357$
9.    a) **6**    b) **8**  
c)  $(a - 2)(\sqrt{a} + \sqrt{2})/(a - 2) = \sqrt{a} + \sqrt{2}$     d)  $\sqrt{5^6/5^5} = 5^3/5^5 = 1/25$   
e)  $\sqrt{(a^2 - 2a^5)}$
10. a)  $-1325.7/1.047 \cdot 10^{13} = -1.27 \cdot 10^{-10} = -0.000'000'000'127$   
b)  $(127.798 - 24.739)^{0,5} = 10.2 = 1.02 \cdot 10^1$
11.  $K' = k + 1404.32 = 124'861.00$
12. 1344.35
13. 28'738'739s = 332d 15h
14.  $q = h^2/p = 25/2 = 12,5$ ;  $c = p + q = 14,5$ ;  
 $a^2 = c \cdot p = 14,5 \cdot 2 = 29 = h^2 + p^2 = 25 + 4$ ;  $\implies a = \sqrt{29} = 5,385$ ;  
 $b^2 = c^2 - a^2 = 210,25 - 29 = 181,25 = c \cdot q = h^2 + q^2$   
 $\implies b = \sqrt{181,25} = 2,5 \cdot \sqrt{29} = 13,46$ ;  
 $F = ab/2 = ch/2 = 36,25$
15.  $z^2 = x(y-x)$



16.  $x = \sqrt{(100-64)} = 6$ ;  $y = \sqrt{(289-64)} = 15$ ;  $\implies a = 15 \pm 6 = 21 \mid 9$ ;  
 $\implies F_1 = 0,5 \cdot 8 \cdot 21 = \mathbf{84}$ ;  $F_2 = 0,5 \cdot 8 \cdot 9 = \mathbf{36}$
17.  $h = \sqrt{192} = \mathbf{8\sqrt{3} = 13,9}$ ;  $h^2 = 192 = 8 \cdot q \implies \mathbf{q = 24}$ ;  $\implies \mathbf{c = 32}$   
 $\implies \mathbf{b = \sqrt{768} = 16\sqrt{3} = 27,7}$
18.  $b/2 = \sqrt{(17^2-6^2)} = \sqrt{253} = 15,906$ ;  $F = 6 \cdot b/2 = \mathbf{6 \cdot \sqrt{253} = 95,44}$
19.  $x = d/\sqrt{2} = d\sqrt{2}/2 = 55 \cdot \sqrt{2} = \mathbf{77,78}$ ;  $F = d^2/2 = \mathbf{6050}$
20.  $h = \sqrt{63} = 3\sqrt{7} = \mathbf{7,94}$ ;  $h^2 = 192 = 9 \cdot q \implies \mathbf{q = 7}$ ;  $\implies \mathbf{c = 16}$   
 $\implies \mathbf{b = \sqrt{112} = 4\sqrt{7} = 10,6}$
21.  $f^2 = m \cdot n$  b)  $f^2 = z^2 - m^2 [y^2 - n^2] = x \cdot m - m^2 [xn - n^2] = m(x-m) [n(x-n)] = m \cdot n$
22.  $a = 2r/\sqrt{2} \implies U = 8r/\sqrt{2} = \mathbf{4r\sqrt{2}}$
23.  $F(\text{grosses Rechteck}) - F(\text{Trapez}) = 5 \cdot 37 - 125 = \mathbf{60} \implies y = 60/5 = \mathbf{12}$   
 $\implies x = \sqrt{(12^2+5^2)} = \mathbf{13}$
24.  $PQ = 0,25 \cdot a\sqrt{3}/2 = \sqrt{3} \implies x = \sqrt{(4^2 + 3)} = \sqrt{19} = \mathbf{4,36}$
25.  $x = 3,6$ ; Katheten- oder Höhensatz
26.  $x = 4,6$
27.  $x = 4,6$
28.  $34 = 25 + 9$ ;  $x = 5,8$
29.  $x = 4,9$
30.  $x = 4,9$
31. a) Katheten- oder Höhensatz,  $b = 8,33$ ; b) ebenso,  $s = 6,1$
32. Verwandle das Rechteck mit den Seiten 3,5 und  $3 \cdot 3,5$  in ein Quadrat (Katheten- oder Höhensatz).  $x = 6,01$
33.  $\Delta \rightarrow$  Mittelparallele  $\rightarrow$  Rechteck  $\rightarrow$  Quadrat.  $x = 3,15$
34.  $h^2 = 2e \cdot 5e = 1e \cdot 10e = 10e^2 = p \cdot q$
35.  $a^2 = 2x \cdot 3x = 1x \cdot 6x = 6x^2 = p \cdot c$
36. a)  $MX^2 = 196 + 4 = 200$ ;  $MX = 10\sqrt{2} = \mathbf{14,14}$ ; b)  $F\Delta = 0,5 \cdot 2 \cdot 14 = 14 = 0,5 \cdot MX \cdot h$ ;  
 $\implies h = 14 \cdot 2 / (10\sqrt{2}) = 2,8\sqrt{2} = 1,4 \cdot \sqrt{2}$ ;  $\implies \mathbf{s = 2h = 2,4\sqrt{2} = 3,94}$

37. a)  $AB = g = y + 16 + x$ ;  $x = \sqrt{(400 - 256)} = \sqrt{144} = 12$ ;  $y = \sqrt{(1156 - 256)} = \sqrt{900} = 30$   
 $\implies g = 58 \implies m = 37 \implies F = 37 \cdot 16 = 592$   
 b<sub>1</sub>)  $r = \sqrt{(12^2 + 9^2)} = 15$ ;  $h^2 = AB^2 = MA \cdot AP \iff 144 = 9 \cdot AP$   
 $\implies AP = 144/9 = 16$ ; **MP = 25**  
 b<sub>2</sub>)  $BQ^2 = (r + MA)^2 + AB^2 = 24^2 + 12^2 = 576 + 144 = 720$ ; **BQ =  $\sqrt{720} = 12\sqrt{5} = 26,8$**
38.  $F = 0,5 \cdot 32 \cdot h = 480$ ;  $\implies h = 30$ ;  $\implies r = \sqrt{(30^2 + 16^2)} = \sqrt{1156} = 34$
39.  $h_1 = \sqrt{(16^2 - 6^2)} = \sqrt{220} = 14,83$ ;  $h_2 = \sqrt{(16^2 - 4^2)} = \sqrt{240} = 15,49$ ;  
 $\implies d_1 = 0,660$ ;  **$d_2 = 30,3$**
40.  $x_1 = \sqrt{(6^2 - 4^2)} = \sqrt{20} = 4,472$ ;  $x_2 = \sqrt{(9^2 - 4^2)} = \sqrt{65} = 8,062$ ;  
 **$a_1 = x_2 - x_1 = 3,59$ ;  $a_2 = x_1 + x_2 = 12,53$**
41.  $x^2 + (3x)^2 = (2r)^2$ ;  $\implies x^2 = 2r^2/5$ ;  **$F = 3x^2 = 1,2r^2$**
42.  $h = \sqrt{(24^2 - 8^2)} = \sqrt{512}$ ;  **$d = \sqrt{(512 + 28^2)} = \sqrt{1296} = 36$**
43. a)  $MP = \sqrt{(15^2 + 20^2)} = \sqrt{625} = 25$ ;  
 b)  $15^2 = x \cdot 25$ ;  $\implies x = 9$ ;  $\implies h = \sqrt{(15^2 - 9^2)} = 12$ ;  $\implies$   **$BB' = 2h = 24$**
44.  $AB = x + y$ ;  $x = \sqrt{(700^2 - 500^2)} = \sqrt{240000} = 100\sqrt{24} = 489,9$ ;  $xy = 500^2$ ;  
 $\implies y = 500^2/(100\sqrt{24}) = 2500\sqrt{24}/24 = 510,3$ ;  $\implies$   **$AB = 1000$**
45.  $a = 2x + 10$ ,  $x = 5$ ;  $h = \sqrt{(13^2 - 5^2)} = 12$ ;  $F = (10 + 20)/2 \cdot 12 = 180$
46.  $a = \sqrt{(50^2 - 45^2)} = \sqrt{475} = 21,8$
47.  $15^2 + (c - 9)^2 = c^2 \iff 225 + c^2 - 18c + 81 = c^2 \iff 306 = 18c \implies c = 17$ .  
 **$F = 0,5 \cdot 15 \cdot 8 = 60$**
48.  $x = a(1 - \sqrt{2}/2) = a \cdot 0,293$
49.  $h^2 = 75^2 - 69^2 = 864$ ;  $x^2 = h^2 + 6^2 = 900$ ;  **$x = 30$**
50.  $\alpha = 30^\circ \implies a = 5m$ ;  **$b = 5 \cdot \sqrt{3} = 8,66$** ;  **$h = ab/c = 25 \cdot \sqrt{3}/10 = 5 \cdot \sqrt{3}/2 = 4,33$**
51. a)  $PQ = 0,75 \cdot a\sqrt{3}/2 = 3 \cdot \sqrt{3} \implies x = \sqrt{(4^2 + 27)} = \sqrt{43} = 6,56$   
 b<sub>1</sub>)  $r = \sqrt{(12^2 + 5^2)} = 13$ ;  $h^2 = BC^2 = MC \cdot CP \iff 144 = 5 \cdot CP \implies CP = 144/5 = 28,8$ ;  
**MP = 33,8**; einfacher:  $\overline{MB^2} = \overline{MC} \cdot \overline{MP} \implies \overline{MP} = 169/5 = 33,8$   
 b<sub>2</sub>)  $AB^2 = (r + MC)^2 + CB^2 = 18^2 + 12^2 = 324 + 144 = 468$ ;  **$AB = \sqrt{468} = 6\sqrt{13} = 21,6$**
52. a)  $BD = CD = \sqrt{180}$ ;  $BC = 6\sqrt{2}$ ;  $h = \sqrt{(180 - 18)} = \sqrt{162}$ ;  $F = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{162} = 54$   
 b)  $AB = \sqrt{(12^2 + (6\sqrt{2})^2)} = \sqrt{216} = 6\sqrt{6} = 14,7$   
 c)  $O = 6 \cdot 12^2 - (2 \cdot 0,5 \cdot 6 \cdot 12 + 0,5 \cdot 6^2) + 54 = 828$

- 53.** a)  $h = \sqrt{((3k)^2 - (k\sqrt{2/2})^2)} = \sqrt{(9k^2 - k^2/2)} = k\sqrt{(17/2)} = 2,92k$   
 b)  $x^2 = (k\sqrt{2/2})^2 + (k + k\sqrt{(17/2)})^2 = k^2(1/2 + 1 + 2\sqrt{(17/2)} + 17/2) = k^2(10 + 2\sqrt{(17/2)}) = k^2(10 + \sqrt{34}) = 15,8k^2 \implies x = 3,98k$   
 $h'^2 = (k/2)^2 + (3k)^2 = \sqrt{37} \cdot k/2;$   
 $O = 5 \cdot \text{quadr.} + 4\Delta = 5k^2 + 4 \cdot \sqrt{37} \cdot k^2/4 = k^2(5 + \sqrt{37})$
- 54.** a)  $\overline{AB} = 6 \cdot \sqrt{2} = 8,49$   
 b)  $O = 7 \cdot a^2 + a^2\sqrt{2} = 252 + 36\sqrt{2} = 36(7 + \sqrt{2}) = 302,9$   
 c)  $\overline{AC} = \sqrt{(6^2 + 6^2 + (6 \cdot 2)^2)} = 6\sqrt{6} = 14,70$
- 55.** a)  $IG^2 = a^2 + a^2 + (a/2)^2 = 9a^2/4 \implies IG = 3a/2 = 3$   
 b)  $IG = \sqrt{(a^2 + (a/2)^2)} = a\sqrt{5/2} \implies F = a \cdot a\sqrt{5/2} = a^2\sqrt{5/2} = 2\sqrt{5} = 4,47$
- 56.**  $s^2 = (2/3 \cdot 6/2 \cdot \sqrt{3})^2 + 6^2 = 48 \implies s = 4\sqrt{3} = 6,928$   
 $h'^2 = 48 - 9 = 39$   
 $\implies 6^2/4 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{39} \cdot 6/2 = 9 \cdot \sqrt{3} + 9 \cdot \sqrt{39} =$   
 $= 9(\sqrt{3} + \sqrt{39}) = 9\sqrt{3}(1 + \sqrt{13}) = 71,79$