

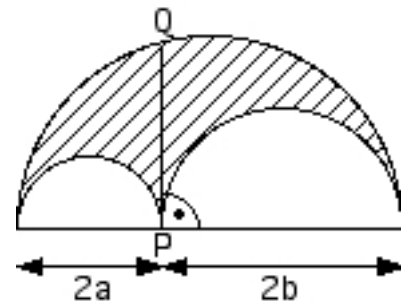
Kreisberechnung

Kreise

1. Ein Kreis mit Radius r hat die Fläche F . Ein zweiter Kreis mit Radius R hat die Fläche $3F$. Welche Beziehung gilt zwischen R und r ? (exakt)
2. Gegeben sind zwei Kreise mit den Radien r_1 und r_2 . Berechne den Radius r eines Kreises, dessen Fläche gleich der Summe der Flächen der gegebenen Kreise ist a) allgemein b) für $r_1 = 8\text{cm}$, $r_2 = 15\text{cm}$.
3. a) Kreis: Berechne r aus U .
b) Kreissektor: Berechne r aus U_{Sektor} und $\alpha = 150^\circ$.
c) Kreissegment: Berechne r aus F_{Segment} und $\alpha = 60^\circ$.
d) Kreisring: Berechne r_1 und r_2 aus F_{Ring} , wenn $r_2 = 5r_1$.

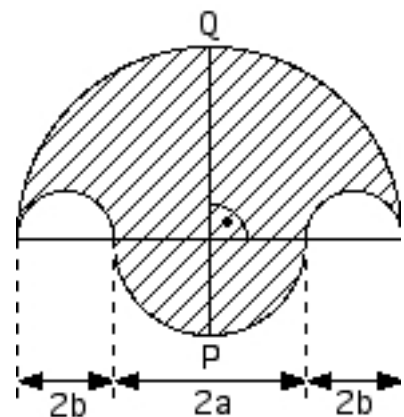
4. Die schraffierte Figur ist aus drei Halbkreisen gebildet.

Beweis: Die schraffierte Fläche ist gleichgross wie die eines Kreises mit Durchmesser PQ .



5. Die schraffierte Figur ist aus vier Halbkreisen gebildet.

Beweis: Die schraffierte Fläche ist gleichgross wie die eines Kreises mit Durchmesser PQ .



6. Die Summe der Flächen der "Möndchen des Hippokrates" für ein Dreieck mit den Katheten a und b beträgt $0,5ab$. Formuliere mit Worten das Besondere an diesem Resultat.
7. Die Stadt Bordeaux liegt auf dem 45. Breitengrad. Welchen Weg (in km) legt diese Stadt infolge der Erddrehung in 24 Stunden zurück und wie gross ist demzufolge ihre Geschwindigkeit (in m/sec), wenn der Erdradius 6370km beträgt?

8. In einem Kreis mit Radius 1 hat ein Bogen die Länge 1. Wie gross ist der Zentrumsinkel α ?
9. In einem Kreis mit Radius 1 hat ein Sektor die Fläche 1. Wie gross ist der Zentrumsinkel α ?
10. Von einem Kreissektor ist bekannt:
 - a) $r = 5$; $\alpha = 72^\circ$. Berechne die Fläche F und die Bogenlänge b .
 - b) $F = 25\pi$; $b = 5\pi$. Berechne r und α . (exakt u. auf 4 sig. Ziff.)
11. Berechne den Umfang eines Segmentes mit Mittelpunktsinkel $\alpha = 120^\circ$ im Kreis mit Radius $r = 5$.
12. Berechne die Dicke eines Kreisringes, wenn die Ringfläche doppelt so gross ist wie die Fläche des inneren Kreises. Radius des inneren Kreises: $r_1 = 12$
13. Der Zwischenraum zwischen drei Kreisen vom Radius a , welche sich alle gegenseitig berühren, ist eine Figur mit drei Ecken. Berechne Fläche und Umfang dieser Figur (exakt).
14. Von einem Sektor sind F und b bekannt. Bestimme r , α und U
 - a) allgemein b) für $F = 100\text{cm}^2$ und $b = 10\text{cm}$ (4 sign. Ziffern)
15. Von einem Sektor sind F und r bekannt. Bestimme b , α und U
 - a) allgemein b) für $F = 100\text{cm}^2$ und $r = 10\text{cm}$.
16. Die Umlaufbahn des Mondes um die Erde ist beinahe kreisförmig (Kreis mit Radius R) und hat eine Länge von $2.42 \cdot 10^9\text{m}$. Die Verbindungsstrecke von Erd- zu Mondmittelpunkt überstreicht in einem Tag einen Winkel von 13.2° .
 - a) $R = ?$
 - b) Welche Fläche überstreicht die Verbindungsstrecke in einem Tag ?
 - c) Wieviele Tage beträgt die Umlaufzeit des Mondes um die Erde ?
17. Kreissegment.
 - a) Geg.: Mittelpunktsinkel $\alpha = 60^\circ$, Umfang $U = 15$. Ges.: Fläche F .
 - b) Geg. Mittelpunktsinkel $\alpha = 45^\circ$, Radius $r = 100$. Ges.: Fläche F .

Anwendungen

18. Die 1cm^3 -Teilstriche in einem zylindrischen Messglas sollen 2mm Abstand haben. Wie gross ist die lichte Weite des Glases ?
19. Ein Kupferrohr der Länge 2.45m hat einen Aussendurchmesser von 22.8mm und die Masse $m = 1.35\text{kg}$. Bestimme die Wandstärke des Rohres. ($\rho = 8.92\text{kg/dm}^3$)

20. Wie lang ist ein Kupferdraht mit Durchmesser $d = 1\text{mm}$ und Masse $m = 1\text{Kg}$ ($\rho_{\text{Kupfer}} = 8.92\text{kg/dm}^3$). Wie gross ist seine Oberfläche O ? (4 sign. Ziffern)
21. Ein Kreissektor kann zu einem Kegel mit Grundkreisradius $r = 12\text{cm}$ und Höhe $h = 37\text{cm}$ gebogen werden. (4 sign. Ziffern)
- Wie gross ist der Zentriwinkel α des Sektors ?
 - Wieviel % des Volumen eines Würfels mit Kante r macht das Kegelvolumen aus ?
22. Ein Kegel mit Grundkreisradius $r = 2\text{cm}$ hat das Volumen $V = 12\pi\text{cm}^3$. Bestimme a) die Höhe h , b) die Mantelfläche M und c) den Zentrums-
winkel α des abgewickelten Mantels.
23. Ein zylindrisches Fass hat die lichte Weite $d = 65\text{cm}$ und die Höhe $h = 90\text{cm}$.
- Berechne M , O und V
 - Wie hoch stehen $2hl$?
24. Einem Würfel mit der Kante a ist je ein Zylinder ein- und umbeschrieben. Berechne Oberflächen und Volumina der beiden Zylinder und drücke sie anschliessend in Prozenten der Würfeloberfläche bzw. des Würfelvolumens aus.
25. Wieviel Eisenblech wird benötigt für ein Ofenrohr von 2m Länge und 14cm Durchmesser ?
26. Bestimme die fehlenden der 5 Grössen r , h , M , O , V eines Zylinders:
- $h = 8\text{m}$; $M = 25\text{m}^2$
 - $M = 0,4\text{m}^2$; $O = 1,2\text{m}^2$
 - $r = 3\text{cm}$; $V = 75\text{cm}^3$
 - $V = 3hl$; $M = 1,2\text{m}^2$
27. Ein Bleirohr ist 1m lang, hat eine lichte Weite von $2,5\text{cm}$ und eine Wandstärke von $0,4\text{cm}$. Bestimme die Masse ($\rho = 11,3\text{kg/dm}^3$).
28. Wie lang ist ein Eisendraht mit dem Durchmesser $d = 2\text{mm}$ und dem Gewicht $G = 20\text{N}$? ($\rho = 7,8\text{kg/dm}^3$)
29. Berechne O und V eines Kegels aus den folgenden Grössen:
- $r = 5\text{cm}$; $s = 10\text{cm}$
 - $h = 8\text{m}$; $r = 6\text{m}$
 - $h = 12\text{cm}$; $s = 13\text{cm}$
30. Ein rw. Dreieck mit den Katheten $a = 3$ und $b = 4$ rotiert um jede seiner drei Seiten. Berechne O und V der drei entstehenden Rotationskörper.
31. Ein Viertel- (Drittel-, Halb-, Dreiviertel-) Kreis mit Radius $\rho = 5$ wird zu einem Kegelmantel geformt. Bestimme Grundfläche und Höhe der Kegel.
32. Ein Sektglas (Kreiskegel) fasst 2 Deziliter. Der obere Glasrand ist 30cm lang. Wie hoch steht 1 Deziliter in diesem Glas ?

- 33.** Ein Kelchglas mit Oeffnungswinkel $\alpha = 60^\circ$ soll 0,5 Liter fassen. Wie hoch muss es sein, wenn die Eichmarke 1cm vom oberen Rand entfernt sein soll ?

20. $V = m/\rho = 1/8.92 \text{ dm}^3 = 1/8920 \text{ m}^3 = 0.000'112'1076\text{m}^3$
 $= \pi r^2 h = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-4} \text{ m})^2 \cdot h \Rightarrow h = 10^8 / (25 \cdot 8920 \cdot \pi) \text{ m} = \mathbf{142.74 \text{ m}}$
 $O = 2\pi r h = 2\pi \cdot 0.0005 \cdot 142.74 \text{ m}^2 = \mathbf{0.44843 \text{ m}^2}$
21. $s = \sqrt{(r^2 + h^2)} = 38,90$; $\alpha = r \cdot 360^\circ / s = \mathbf{111.1^\circ}$
 $V_W : V_Z = r^3 : \pi r^2 h / 3 = 100 : x \Rightarrow x = \pi \cdot 37 \cdot 100 / (3 \cdot 12) = \mathbf{322.9\%}$
22. a) $h = 3V/\pi r^2 = \mathbf{9 \text{ cm}}$
b) $M = \pi r s = \pi \cdot 2 \cdot \sqrt{81+4} = 2\pi \cdot \sqrt{85} = \mathbf{57.93 \text{ [cm}^2]}$
c) $b = 2\pi r = 2\pi s \alpha / 360^\circ \Rightarrow \alpha = 360^\circ r / s = 2/\sqrt{85} \cdot 360^\circ = \mathbf{78.09^\circ}$
23. a) $M = \mathbf{183,8 \text{ dm}^2}$; $O = \mathbf{250,1 \text{ dm}^2}$; $V = \mathbf{298,49 \text{ dm}^3}$
b) $h = \mathbf{6,04 \text{ dm}}$
24. $O_1 = a^2 \pi (\sqrt{2} + 1) = 7,58 a^2 = 126\%$; $O_2 = 3\pi a^2 / 2 = 4,71 a^2 = 78,5\%$
 $V_1 = \pi a^3 / 2 = 1,57 a^3 = 157\%$; $V_2 = \pi a^3 / 4 = 0,785 a^3 = 78,5\%$
25. $87,96 \text{ dm}^2$
26. a) $r = 0,497 \text{ m}$; $O = 26,6 \text{ m}^2$; $V = 6,22 \text{ m}^3$
b) $r = 0,357 \text{ m}$; $h = 0,178 \text{ m}$; $V = 71,4 \text{ dm}^3$
c) $h = 2,65 \text{ m}$; $M = 50,0 \text{ m}^2$; $O = 106,5 \text{ m}^2$
d) $r = 5 \text{ dm}$; $h = 3,82 \text{ dm}$; $O = 277 \text{ dm}^2$
27. $m = 4,12 \text{ kg}$
28. $l = 81,6 \text{ m}$
29. a) $O = 235,5 \text{ cm}^2$; $V = 226,7 \text{ cm}^3$ b) $O = 301,6 \text{ m}^2$; $V = 301,6 \text{ m}^3$ (!)
c) $O = 283 \text{ cm}^2$; $V = 256,4 \text{ cm}^3$
30. um a: $O=113$, $v=145$; um b: $O=75,4$; $V=113$; um c: $O=52,8$; $V=90,5$
31. a) $G = 4,91$; $h = 4,84$ b) $G = 8,73$; $h = 4,71$
c) $G = 19,6$; $h = 4,33$ d) $G = 44,2$; $h = 3,31$
32. $h'^3 = h^3/2$; $h = 4\pi \text{ cm}$; $h' = 9,97 \text{ cm}$
33. Höhe für 0.5 Liter: $11,28 \text{ cm}$; Gesamthöhe: $12,15 \text{ cm}$