Mengen

Einführung

1. **G**: alle Schüler und Schülerinnen der Klasse 1c, **M**: alle Mädchen von 1c, **K**: alle Knaben von 1c, **W**: alle Personen von 1c, die in Winterthur wohnen. Zeichne ein Venndiagramm!
   (keine Elemente einzeichnen, leere Gebiete schraffieren)

2. a) gib alle 3-elementigen Teilmengen von {a, b, c, d, e}
   b) gib alle echten Teilmengen von {0, 1, 5}
   c) gib alle Teilmengen von {Hund, Katze}
   d) gib in aufzählender Form eine unendliche echteTeilmenge von {13, 26, 39, 52, 65, 78, ...}

3. Richtig oder falsch oder keine Aussage ?
   a) $7 \in \{7\}$ b) $\{0\} = \{\}$ c) $a \subset \{a,b\}$ d) $\{\} \in \{0\}$ e) $1 \notin \{1,2\}$
   f) $0 \in \{\}$ g) $\{1,4,5\} \subset \{4,1,5\}$ h) $\{1\} < \{1,2\}$ i) $|\{1,2,3\}| = |\mathbb{N}|$

4. Gib **M** in aufzählender Form und bestimme |**M**|:
   a) $\mathbf{M} = \{x \in \mathbb{N} |\ x \leqslant 15 \text{ und } x > 10\}$
   b) $\mathbf{M} = \{y \in \mathbb{N}_0 | 4y + 1 \leqslant 13\}$
   c) $\mathbf{G} = \{0, 1, 2, 3, ..., 19, 20\}$, $\mathbf{M} = \{z \in \mathbf{G} | z \geqslant 15 \text{ oder } z < 4\}$
   d) $\mathbf{M} = \{m \in \mathbb{N} | m \text{ ist Vielfaches von } 8\}$

5. a) Gegeben: $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$.
   Schreibe auf, wie wir die obige "Gleichung" lesen.
   b) Erkläre mit Worten (ohne Zeichnung) die Aussage "**S** ist Teilmenge von **T**".

6. Stelle in einem Venndiagramm dar: $\mathbf{G} = \{1, 2, 3, ..., 10, 11\}$,
   $\mathbf{A} = \{1, 3, 4, 5, 6, 9\}$, $\mathbf{B} = \{2, 3, 4, 5, 10, 11\}$, $\mathbf{C} = \{4, 6, 7, 10\}$

7. Wieviele Teilmengen mit höchstens 4 Elementen hat die Menge $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$? (Teilmengen nicht aufschreiben)

8. Richtig oder falsch oder keine Aussage ?
   a) $0 \in \{\ \}$ b) $\{\ \} \subset \{0\}$ c) $\{\ \} \in \{\ \}$ d) $7 \subset \mathbb{N}$

9. Gib folgende Mengen in beschreibender Form ; zuerst mit Worten, dann ohne Worte:
   $A = \{12,24,36,48,....\}$, $B = \{12,22,32,42,...,122\}$, $C = \{2,5,10,17,26,...\}$

10. Notiere folgende Mengen in aufzählender Form:
   a) Menge der Namen deiner Geschwister
   b) Menge aller verschiedenziffrigen Zahlen, die aus den Ziffern 3, 6 und 9 gebildet werden können (die Zahlen müssen dreistellig sein)
   c) Menge aller natürlichen Zahlen, die ohne Rest in 48 enthalten sind
   d) Menge der zweistelligen natürlichen Zahlen, die kleiner als 30 sind und bei Division durch 7 die Reste 3 oder 5 liefern
   e) Menge der geraden Zahlen zwischen 50 und 70, die bei Division durch
   9 weder den Rest 7 noch den Rest 5 ergeben
   f) Menge der zweistelligen Quadratzahlen mit ungerader Quersumme
   g) Menge der zweistelligen Quadratzahlen mit zweistelliger Quersumme
   h) Menge der zweistelligen Quadratzahlen, deren Quersumme wieder eine Quadratzahl ist
   i) Menge der zweistelligen Zahlen, die sich von einer Quadratzahl um 1 unterscheiden
   k) Menge aller natürlichen Zahlen mit weniger als 6 Stellen, deren Quersumme 2 ist
   l) Menge aller natürlichen Zahlen mit weniger als 5 Stellen, deren Quersumme 3 ist

11. Gib folgende Mengen in aufzählender Form und bestimme ihre Mächtigkeit:

   A = $\{x \mid x \in \mathbb{N}$ und $x \leqslant 10\}$

   B = $\{y \mid 5 \leqslant 2 \cdot y$ und $2 \cdot y < 20$ und $y \in \mathbb{N}\}$

   C = $\{p \mid p = 2^n$ und $n \in \mathbb{N}\}$

   D = $\{z \mid z = 3n$ und $n \in \mathbb{N}$ und $n \leqslant 5\}$

12. Es sei **G** die Menge aller natürlichen Zahlen von 10 bis 25. Gib folgende Mengen in aufzählender Form:
   a) {x ∈ **G**|x ist um 1 kleiner als eine Zahl aus der Viererreihe}
   b) {x ∈ **G**|x unterscheidet sich um 1 von einer Zahl der Fünferreihe}
   c) {y ∈ **G**|y : 3 ist gerade}
   d) {a ∈ **G**|das Siebenfache von a liegt zwischen 77 und 85}
   e) {m ∈ **G**|m · 9 liegt zwischen 126 und 135}
   f) {z ∈ **G**|z ist um 9 grösser als die Quersumme von z}
   g) {d ∈ **G**|die Quersumme von d ist eine Zahl der Viererreihe}
   h) {c ∈ **G**|die Quersumme von (c+4) ist um 5 kleiner als diejenige von c}

13. Gib die folgenden Mengen zuerst in aufzählender Form und beschreibe dann die typische Eigenschaft der Elemente mit den Zeichen "<" und "⩽".
Menge aller y aus **G** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} für die gilt:
a) 3 ist kleiner als y und y ist kleiner als 9
b) 6 ist kleiner als y und y ist höchstens gleich 9
c) 5 ist mindestens gleich y und y ist mindestens gleich 4
d) 8 ist grösser als y und y ist mindestens gleich 7
e) y ist höchstens gleich 5 und y ist grösser als 0
f) y ist grösser als 8 und und y ist kleiner als 6
g) y ist mindestens gleich 5 und y ist höchstens gleich 5
h) y ist grösser als 2 und y ist höchstens gleich 3

14. Gib folgende Mengen in beschreibender Form: zuerst mit Worten, dann ohne Worte:
A = {1, 3, 5, 7, 9, 11, ...}, B = {2, 3, 6 , 11, 18, 27, ...},
C = {6, 13, 20, 27, ... , 209}

15. Sind folgende Mengen endlich oder unendlich ?
a) die Menge der natürlichen Zahlen b) die Menge aller geraden Zahlen
c) die Menge der Namen in einem Telefonbuch

16. Es sei:
A die Menge aller Föhren — **B** die Menge aller Rotbuchen
C die Menge aller Nadelbäume — **D** die Menge aller Buchen
E die Menge aller Kiefern — **F** die Menge aller Laubbäume
a) Gib eine sinnvolle Grundmenge für **A**, **B**, **C**, **D**, **E** und **F** an.
b) Zeichne ein Venn-Diagramm.

17. Zeichne für **U** und **V** ein Venn-Diagramm:
U = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40}
V : Menge der natürlichen Zahlen, durch welche 40 ohne Rest teilbar ist

18. a) Gegeben seien **G** = {1, 2, 3, ..., 20} und folgende Teilmengen von **G**:
A : Menge der Dreierzahlen
B : Menge der Zahlen mit Quersumme 7 oder 9
C : Menge der ungeraden Zahlen
Zeichne ein Venn-Diagramm.
b) dasselbe mit:
G : Menge aller natürlichen Zahlen, die nicht grösser als 30 sind
A : Menge aller geraden Zahlen aus **G**
C : Menge aller Fünferzahlen aus **G**

19. Gegeben seien **G** = {1, 2, 3, ..., 20} und folgende Teilmengen von **G**:
    A : Menge der Dreierzahlen
    B : Menge der Zahlen mit Quersumme 7 oder 9
    C : Menge der ungeraden Zahlen
    Zeichne ein Venn-Diagramm.

20. **M** sei die Menge der Glarner Berggipfel, die über 3200 m hoch sind. Setze das richtige Zeichen ($\in$ oder $\notin$):
    a) Tödi **M** d) Kärpf **M** g) Aletschhorn **M**
    b) Glärnisch **M** e) Säntis **M** h) Hausstock **M**
    c) Eiger **M** f) Vorab **M** i) Bifertenstock **M**

21. Ist die Aussage "$\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ und $\mathbf{B} \subset \mathbf{C}$ ===> $\mathbf{A} \subset \mathbf{C}$" richtig ? (Begründung!)

22. Was lässt sich über **A** und **B** sagen, wenn gilt: $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ und $\mathbf{B} \subset \mathbf{A}$?

Mengenoperationen

23. Zeichne ein Mengenbild für A = {a,b,c,d,e,f}, B = {a,b,e,f}, C = {b,c,d,e} und bestimme $A \cap B$ und $(A \cap B) \cap C$ in aufzählender Form.

24. Gib drei Mengen X, Y und Z an so, dass **alle** folgenden Bedingungen erfüllt sind: $X \cap Y = \{c,e\}$, $\{a,b,f,g\} \subset X$, $Y \cap Z = \{e\}$, $Y \cap Z = (Y \cap Z) \cap X$, $X \cap Z = \{e,f,g\}$, $|X| = 6$, $|Y| = |Z| = 4$.

25. Bestimme in aufzählender Form: T_{72}, T_{60}, $T_{72} \cap T_{60}$, $T_{60} \cap V_4$.

26. Bestimme M in aufzählender Form:
    $M = \{x | x = 6n + 4 \text{ und } n \in \mathbb{N}\} \cap \{y \in \mathbb{N} | 3^3 < y < 4^3\}$

27. A = {e, g, h, j, p, q}, B = {g, j, p}.
    Gib alle Teilmengen von A an, die zu B disjunkt sind.

28. Gib drei Mengen X, Y und Z an so dass **alle** folgenden Bedingungen erfüllt sind: $X \cap Y = \{c,e\}$, $\{a,b,f,g\} \subset X$, $Y \cap Z = \{e\}$, $Y \cap Z = (Y \cap Z) \cap X$, $X \cap Z = \{e,f,g\}$, X hat 6 Elemente, Y und Z haben gleichviele Elemente.

29. $M = ((A \cap B) \setminus (C \cap B)) \cup (A \setminus B)$
    Stelle M in einem Venn-Diagramm dar und suche für M einen einfacheren Ausdruck.

30. Was lässt sich über die Mengen A und B sagen, wenn gilt:
    a) $A \setminus B = \{\}$ b) $B \setminus A \subset A \setminus B$ c) $A \setminus \{\} = B$ d) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = A \cup B$

31. Sind folgende Gesetze richtig ? (Tip: Venn-Diagramm)

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ b) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

c) $A \cup (A \setminus B) = A \cup (A \setminus C)$ d) $|A \cup B| = |A| + |B|$

32. Geg. : $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{1, 2, 3, 5, 6\}$, $D = \{1, 2, 3\}$.

a) Beschreibe allein mit den Mengen A, B, C, D und den Verknüpfungen "$\cap$", "$\cup$" und "\" die folgenden Mengen:

$E = \{1, 3\}$ $F = \{1, 2, 3\}$ $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$H = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ $I = \{0, 4, 5\}$ $K = \{6\}$ $L = \{4, 5, 6\}$.

b) Bestimme in aufzählender Form:

$M = (C \cup B) \setminus (C \cap B)$ $N = (A \setminus (C \cap A)) \cap C$

$P = (C \setminus D) \cup ((A \cup B) \setminus D)$

33. Es sei **G** = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, **A** = {3, 5, 6, 8}, **B** = {2, 5, 6, 8}.

Suche: a) die Vereinigungsmenge von **A** und **B**

b) alle Obermengen von **A** $\cup$ **B**

34. Zeichne ein Venn-Diagramm mit folgenden Mengen:

G : die Menge aller natürlichen Zahlen, die höchstens gleich 20 sind

A : die Menge der geraden Zahlen aus **G**

B : die Menge der Dreierzahlen aus **G**

C : die Menge der Fünferzahlen aus **G**

Gib in aufzählender Form die Menge aller Elemente, die

a) zu **A** $\cup$ **B**, aber nicht zu **C** gehören

b) zu **B** $\cup$ **C**, aber nicht zu **A** gehören

c) zu **C** $\cup$ **A**, aber nicht zu **B** gehören

d) zu nur einer der drei Mengen gehören oder allen drei Mengen gemeinsam sind

e) zu **A** $\cap$ **B** oder zu **C** gehören

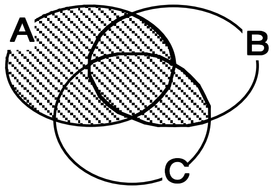
f) zu **B** $\cap$ **C** oder zu **A** gehören

g) zu **C** $\cap$ **A** oder zu **B** gehören

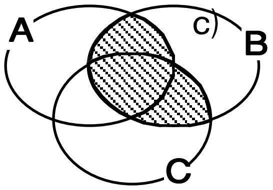
h) entweder zu **C** $\cap$ **A** oder zu **B** gehören

35. Beschreibe die schraffierte Menge mit Hilfe der Verknüpfungen "$\cap$" und "$\cup$":

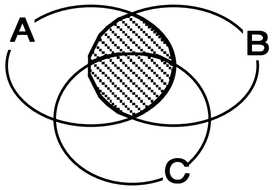
a)



b)



c)



36. Gegeben: $\mathbf{G} = \{2, 4, 6, 8\}$, $\mathbf{A} = \{2, 6, 8\}$, $\mathbf{B} = \{4, 6\}$.
Bestimme alle Teilmengen von **G**, die elementfremd sind zu :
a) $\mathbf{A} \setminus \mathbf{B}$ b) $\mathbf{B} \setminus \mathbf{A}$ c) $\mathbf{G} \setminus \mathbf{A}$ d) $\mathbf{G} \setminus \mathbf{B}$

37. Schraffiere in einem Venn-Diagramm die den folgenden Mengen entsprechenden Gebiete. Zeichne um das Ganze herum die Grundmenge **G**. Für jede Teilaufgabe eine neue Zeichnung !
a) $\overline{\mathbf{A}} \cap \mathbf{B}$ b) $\overline{\mathbf{B}} \cup \mathbf{A}$ c) $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap \mathbf{C}$
d) $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup \mathbf{C}$ e) $\overline{\mathbf{A}} \cap \overline{\mathbf{B}} \cap \overline{\mathbf{C}}$

38. Von den Schülern einer Sekundarklasse besuchen 17 das Freifach Englisch, 11 das Freifach Naturkundeübungen und 4 Schüler keines dieser beiden Fächer.
Wieviele Schüler zählt die Klasse
a) höchstens b) mindestens c) tatsächlich, wenn du weisst, dass 6 Schüler beide Freifächer besuchen ?

39. Eine Bergbahn verkauft drei Kategorien von Billetten: Bergfahrt, Talfahrt, Retourfahrt. An einem Sonntag wurden total 1000 Billette verkauft. Im ganzen fuhren 680 (zahlende) Personen mit der Bahn hinauf und 52O (zahlende) Personen hinab.
Wieviele Billette einer jeden Art wurden gelöst ?

40. Von den 26 Schülern einer Klasse sind 11 Ruderer, 10 Bergsteiger und 14 Fussballer. 7 Schüler betreiben genau zwei dieser Sportarten:
4 Schüler sind Ruderer und Fussballer, zwei Schüler Ruderer und Bergsteiger und ein Schüler ist Bergsteiger und Fussballer.
Zeichne ein Diagramm und beantworte folgende Fragen:
a) Wieviele Schüler sind Ruderer ?
b) Wieviele Schüler sind **nur** Bergsteiger ?
c) Wieviele Schüler sind Bergsteiger, aber nicht Fussballer ?

41. Unter den 750 Schülern einer Schule sind 339 Mädchen, davon 97 katholisch, 216 reformiert und der Rest andersgläubig. 281 Schüler wohnen auswärts, darunter keine Andersgläubigen, aber 119 Mädchen. Genau 2/3 der insgesamt 258 katholischen Schüler wohnt am Ort, bei den Reformierten ist der entsprechende Bruchteil 18/31 . Unter den auswärtigen Katholiken sind genau gleich viele Knaben und Mädchen. Berechne die Gesamtzahl der Andersgläubigen.

42. Unter 108 Maturanden einer Schule zeigten 9 Haltungsschäden, 7 davon waren Autofahrer, 5 Brillenträger und 5 Raucher, während einer weder rauchte noch Auto fuhr noch eine Brille tragen musste. Insgesamt besassen 31 Schüler einen Autofahrausweis, 13 davon mit Brille und unter diesen 7 Raucher. Von den 38 Brillenträgern gaben 14 an, Raucher zu sein; kein einziger Brillenträger ohne Fahrausweis aber musste einen Hal- tungsschaden beklagen. Autofahrer ohne Brille waren nur zu einem Drittel Nichtraucher - keiner davon mit Haltungsschaden. Ferner ergab sich, dass genau die Hälfte aller Schüler rauchte oder Auto fuhr.
   a) Wieviele Maturanden sind Raucher ?
   b) Wieviele Schüler sind nichtrauchende Autofahrer ?
   c) Wieviele Schüler haben keinen Haltungsschaden und sind weder Autofahrer noch Brillenträger noch Raucher ?
   d) Wieviele Schüler leiden an genau einem der vier "Übel" ?

43. $M = \{z | z = 7n - 1 \text{ und } n \in \mathbb{N}\}$. Gib M in aufzählender Form und bestimme die zwei kleinsten Zahlen, die durch 8 teilbar sind und bei Division durch 7 den Rest 6 lassen.

44. Gegeben: $G = \{1,2,3,....,13\}$, $A = \{2,3,4,5,6,7,8\}$, $B = \{5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{4,5,6,13\}$.
   Bestimme in aufzählender Form:
   a) $\overline{A \cap B}$ b) $\overline{A \cup B} \setminus C$ c) $\overline{A} \cap \overline{B}$ d) $A \setminus (B \cap C)$

45. a) Zeichne ein Diagramm: Grundmenge G = alle Menschen, die im Kanton Zürich wohnen, S = alle Schulpflichtigen in G, L = alle Lehrpersonen in G, B = alle Brillentragenden in G, V = alle 40-jährigen Menschen in G.
   Beschreibe mit Mengenbeziehungen (ohne "$\subset$" oder "$\not\subset$"):
   b) es gibt keine schulpflichtigen Lehrpersonen in G, c) einige der 40-jährigen sind Lehrpersonen d) unter den Brillentragenden gibt es sowohl Schulpflichtige als auch Lehrpersonen.

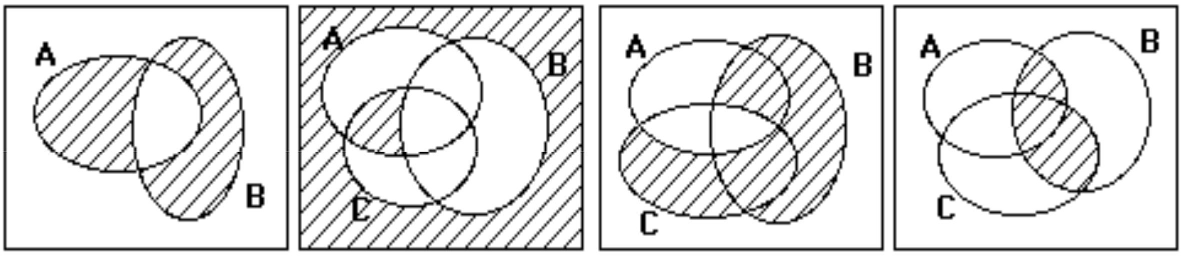
46. Prüfe mit Diagrammen, ob folgende Gesetze richtig sind:
   a) $A \cap B = B \cap A$ b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
   c) $|A \setminus B| = |A| -$

47. Beschreibe die Menge M mit Hilfe der Mengen A, B und C sowie mit Hilfe von Mengenoperationen: a) $M = \{x | \; x \in A \text{ und } x \in B\}$
   b) $M = \{x | \; x \notin \overline{A}\}$ c) $M = \{x | \; x \in A \text{ oder } x \in B \text{ oder } x \in \overline{C}\}$

48. Wieviele der natürlichen Zahlen bis und mit 10^6 sind weder durch 9 noch durch 11 teilbar?

49. Beschreibe die schraffierten Mengen M möglichst einfach mit Hilfe von Mengenoperationen:

a) b) c) d)



50. Wieviele der Zahlen von 1 bis und mit 1000 sind durch 2 oder 5 oder 7 teilbar, wieviele weder durch 2 noch durch 5 noch durch 7 ?

51. $|\{x | x \in \mathbb{N} \text{ und } x \leqslant 10^6 \text{ und } 7 \nmid x \text{ und } 11 \nmid x\}| = ?$

52. Bestimme die 5 kleinsten Zahlen, die durch 6 teilbar sind und bei Division durch 5 den Rest 2 lassen.

53. Es sei $\mathbb{G} = \mathbb{N}$. Drücke durch geeignete Mengenoperationen aus (verwende V_n):

a) die Menge der Zahlen, die durch 5, aber nicht durch 12 teilbar sind

b) die Menge der Zahlen, die durch 5 oder durch 12 teilbar sind

c) die Menge der Zahlen, die nicht gleichzeitig durch 5 und 12 teilbar sind

54. Vereinfache folgende Ausdrücke:

a) $(A \cup B) \cup (A \setminus B)$ b) $(A \setminus B) \cap (A \cap B)$

55. Was lässt sich über die Mengen A und B sagen, wenn gilt:

a) $A \cap \{\} = B$ b) $A \cup B = B \cap A$ c) $A \cup B \subset A$

d) $A \setminus B \subset \overline{B}$ e) $A \subset A \setminus B$ f) $A \setminus B = \overline{B}$

56. a) Von den 25 Kindern einer Klasse sind 12 Knaben (K), 10 dunkelhaarig (D), 7 grossgewachsen (G), 4 K und D, 3 D und G, 2 K und G, 1 K und D und G. Zeichne!

b) Wieviele Mädchen gibt es, die zwar dunkelhaarig, aber nicht grossgewachsen sind ?

c) Wieviele der Kinder sind weder K noch D noch G ?

57. Bei einer Umfrage unter 200 Kindern konnten von den drei Hobbies Lesen (L), Musizieren (M) und Basteln (B) deren 0, 1, 2 oder 3 angekreuzt werden.
Ergebnis: L: 52; M: 96; M und B: 16; L aber nicht B:46; nur L: 36;
L und M: 16; nichts: 48.

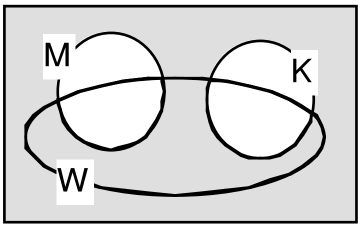
a) Zeichne ein Venn-Diagramm.

b) Wieviele Kinder haben Basteln angekreuzt ?

c) Wieviele gaben M und L, aber nicht B an ?

Mengen: Lösungen

1.



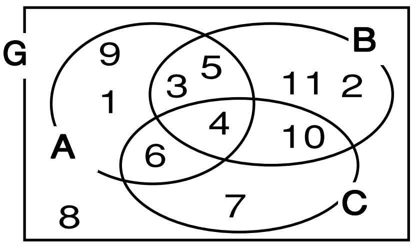
2. a) {a,b,c}, {a,b,d}, {a,b,e}, {a,c,d}, {a,c,e}, {a,d,e}, {b,c,d}, {b,c,e}, {b,d,e}, {c,d,e}
   b) {}, {0}, {1}, {5}, {0,1}, {0,5}, {1,5}   c) {}, {H}, {K}, {H,K}   d) z.B. {26, 52, 78, ...}

3. a) r b) f c) k.A. d) k.A. e) f f) f g) r h) k.A. i) f

4. a) {11,12,13,14,15}, |M| = 5   b) {0,1,2,3}, |M| = 4
   c) {0, 1, 2, 3, 15, 16, 17, 18, 19, 20}, |M| = 10   d) { 8, 16, 24, 32, ...}, |M| = ∞

5. a) A ist die Menge aller x aus $\mathbb{N}$ mit der Eigenschaft x ist kleiner als 5.
   b) Alle Elemente von S sind auch Elemente von T.

6.



7. 0E: 1, 1E: 5, 2E: 10, 3E: 10, 4E: 5 ==> **31**

8. a) **falsch** b) **richtig** c) **keine Aussage** d) **keine Aussage**

9. A = 12-er-Reihe = $\{x|x = 12\cdot n \text{ und } n\in\mathbb{N}\}$
   B = Zahlen mit 10-er-Rest = 2, von 12 bis 122
   $= \{x|x = 10\cdot n+2 \text{ und } n\in\mathbb{N} \text{ und } n \leqslant 12\}$
   C = um 1 erhöhte Quadratzahlen = $\{x|x = n^2+1 \text{ und } n\in\mathbb{N}\}$

10. a) ---   b) {369, 396, 639, 693, 936, 963}
    c) {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}   d) {10, 12, 17, 19, 24, 26}
    e) {54, 56, 58, 60, 62, 64, 66}   f) {16, 25, 36, 49, 81}
    g) {49, 64}   h) {36, 81}
    i) {10, 15, 17, 24, 26, 35, 37, 48, 50, 63, 65, 80, 82, 99}
    k) {2, 11, 20, 101, 110, 200, 1001, 1010, 1100, 2000, 10001, 10010, 10100, 11000, 20000}
    l) {3, 12, 21, 30, 102, 111, 120, 201, 210, 300, 1002, 1011, 1020, 1101, 1110, 1200, 2001, 2010, 2100, 3000}

11. **A** = {1, 2, 3, ..., 10}, |A| = 10 **B** = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, |B| = 7
C = {2, 4, 8, 16, 32, 64, ...}, |C| = ∞ **D** = {3, 6, 9, 12, 15}; |D| = 5

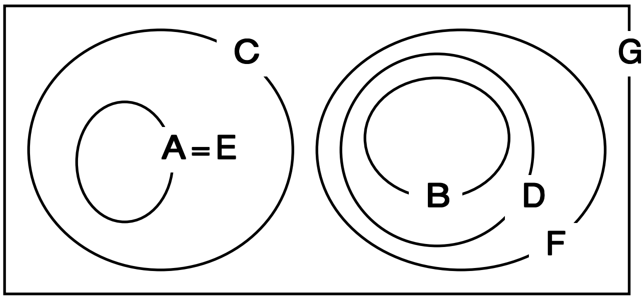
12. a) {11, 15, 19, 23} b) {11, 14, 16, 19, 21, 24} c) {12, 18, 24}
d) {12} e) {} f) {10, 11, 12, ..., 19} g) {13, 17, 22}
h) {16, 17, 18, 19}

13. a) {4, 5, 6, 7, 8}; $3 < y < 9$ b) {7, 8, 9}; $6 < y \leqslant 9$
c) {4, 5}; $4 \leqslant y \leqslant 5$ d) {7}; $7 \leqslant y < 8$
e) {1, 2, 3, 4, 5}; $0 < y \leqslant 5$ f) {}; $8 < y$ und $y < 6$
g) {5}; $5 \leqslant y \leqslant 5$ h) {3}; $2 < y \leqslant 3$

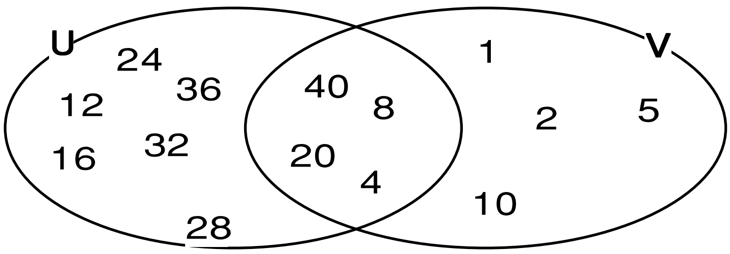
14. $A = \{x \mid x = 2n-1 \text{ und } n \in \mathbb{N}\}$ $B = \{x \mid x = n^2+2 \text{ und } n \in \mathbb{N}_0\}$,
$C = \{x \mid x = 7n-1 \text{ und } n \leqslant 30\}$

15. a), b) unendlich, c) endlich

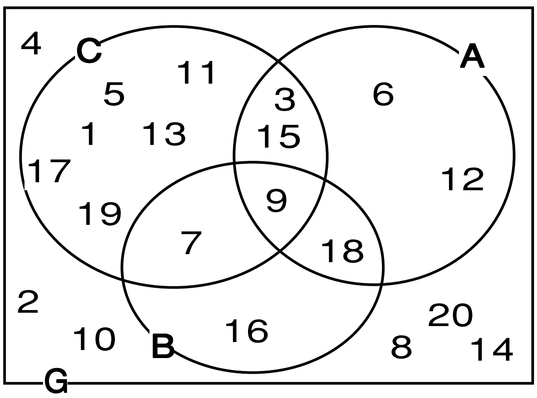
16. a) **G** : Menge aller Bäume
b)



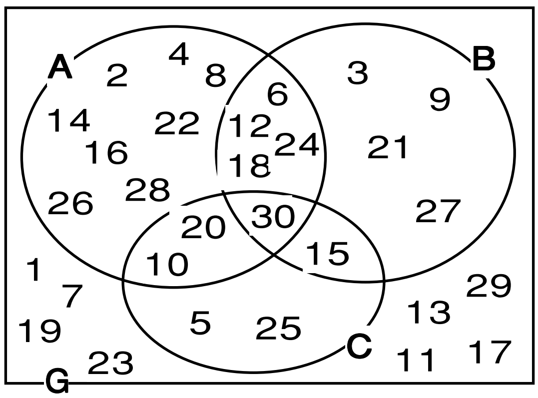
17.

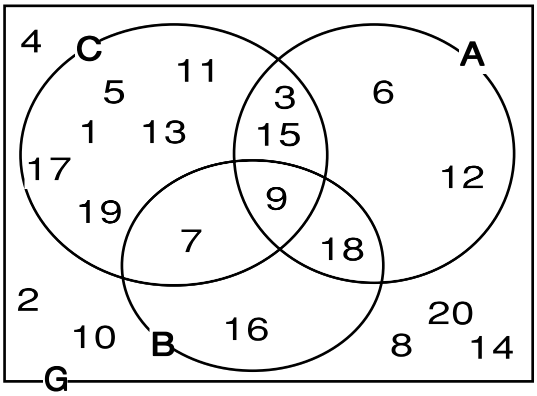


18. a)



b)

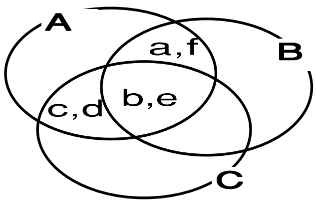


19. 

20. a) $\in$ b) $\in$ c) $\in$ d) $\notin$ e) $\in$ f) $\in$ g) $\in$ h) $\notin$ i) $\in$

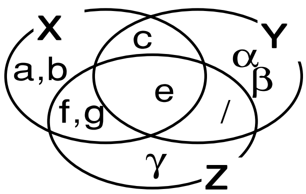
21. Ja; alle Elemente von A sind auch in B und umgekehrt

22. **A** = **B**

23. 

$A \cap B$ = **{a,b,e,f}**

$(A \cap B) \cap C$ = **{b,e}**

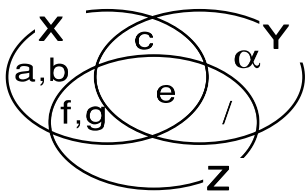
24. 

X = {a,b,c,e,f,g}
Y = {c,e,α,β}, Z = {e,f,g,γ}, α,β,γ =d,h,i,j,k,....

25. T_{72} = **{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72];**
T_{60} = **{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60}**
$T_{72} \cap T_{60}$ = **{1,2,3,4,6,12}** $T_{60} \cap V_4$ = **{4,12,20,60}**

26. **{28, 34,40,46,52,58}**

27. **{}, {e}, {h}, {q}, {e,h}, {e,q}, {h,q}, {e,h,q}**

28. 

X = {a,b,c,e,f,g}
Y = {c,e,α,...}, α =h,i,j,k,.... Z = {e,f,g,...}

vergl. mit MENGEN-2, Nr 005

29. M = A \ (B $\cap$ C)

30. a) $A \subset B$ b) $B \subset A$ c) A = B d) A und B disjunkt

31. a) ja b) ja c) ja d) nein

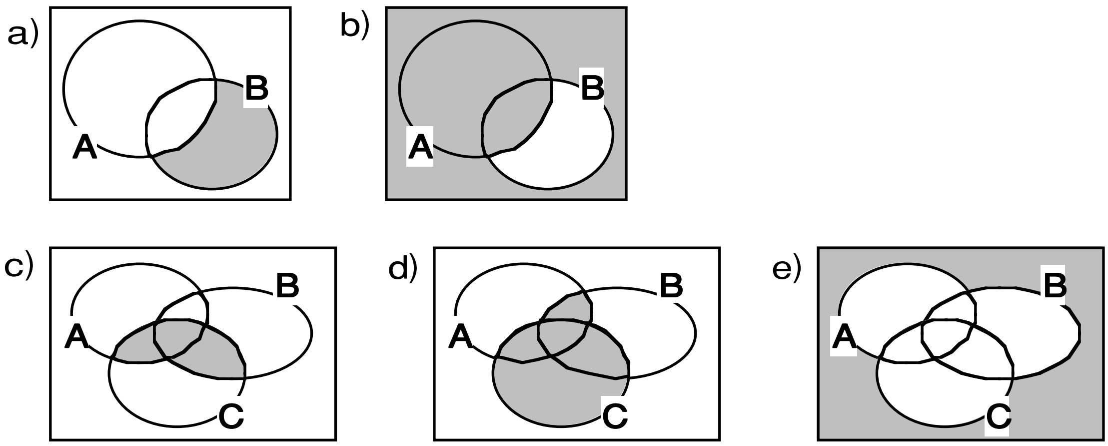
32. $E = A \cap D$ $F = B \cap D = D = C \cap D$ $G = A \cup B \cup C$ $H = (B \cap C) \cup A = A \cup D$
$I = B \setminus D$ $K = C \setminus (A \cup B) = C \setminus B$ L: unmöglich
$M = \{0, 4, 6\}$ $N = \{\}$ $P = \{0, 4, 5, 6, 7\}$

33. a) {2, 3, 5, 6, 8}
b) {2, 3, 5, 6, 8}, {2, 3, 4, 5, 6, 8}, {2, 3, 5, 6, 7, 8}, **G**

34. a) {2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 14, 16, 18} b) {3, 5, 9, 15}
c) {2, 4, 5, 8, 10, 14, 16, 20} d) {2, 3, 4, 5, 8, 9, 14, 16}
e) {5, 6, 10, 12, 15, 18, 20}
f) {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20}
g) {3, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20} h) wie g)

35. a) $\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$ b) $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$ c) $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$

36. a) {}, {4}, {6}, {4, 6} b) {}, {2}, {6}, {8}, {2, 6}, {2,8}, {6, 8}, {2, 6, 8}
c) wie b) d) wie a)

37.


38. a) 32 b) 21 c) 26

39. Bergfahrt: 480 Talfahrt: 320 Retourfahrt: 200

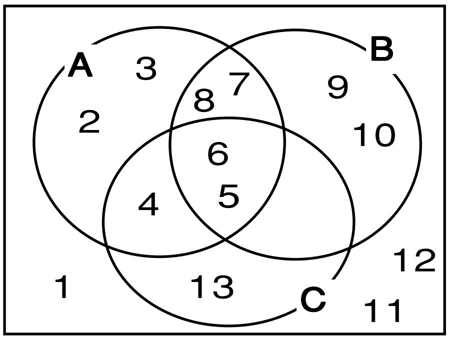
40. a) 11 b) 5 c) 7

41. 27 Andersgläubige

42. a) 42 b) 12 c) 35 d) 40

43. {6, 13, 20, 27, 34, 41, **48**, 55, 62, 69,,76, 83, 90, 97, **104**, 111, 118, 125, 132, 139,..}

44.



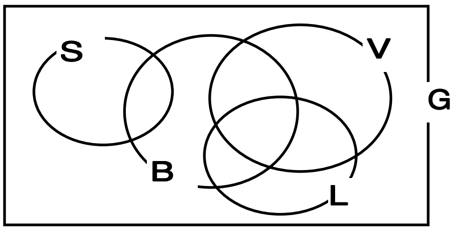
$\overline{A \cap B} = \{1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, 13\}$

$\overline{A \cup B} \setminus C = \{1, 11, 12\}$

$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 11, 12, 13\}$

$A \setminus (B \cap C) = \{2, 3, 4, 7, 8\}$

45.



b) $S \cap L = \{\}$

c) $L \cap V \neq \{\}$

d) $S \cap B \neq \{\}$ und $L \cap B \neq \{\}$

46. a) **ja** b) **ja** c) **nein** (nur falls $B \subset A$

47. a) $\mathbf{A \cap B}$ b) $\mathbf{\overline{A}}$ c) $\mathbf{A \cup B \cup \overline{C} = \overline{(\overline{C} \setminus A) \setminus B}}$

48. $|M| = 10^6 - (|A_9| + |A_{11}| - |A_9 \cap A_{11}|) = 10^6 - 111'111 - 90'909 + 11011 =$ **808´081**

49. a) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = \overline{A \cap B} \cap (A \cup B) = (\overline{B} \cap A) \cup (\overline{A} \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$
b) $\overline{(A \cup B \cup C)} \cup (A \cap C \cap \overline{B}) = \ldots \cup (A \cap C) \setminus B$
c) $(B \cup C) \setminus (A \cap C) = (C \setminus A) \cup (B \setminus C)$
d) $(A \cap B) \cup (B \cap C) = (A \cup C) \cap B$

50. $z = |A_2| + |A_5| + |A_7| - |A_{10}| - |A_{14}| - |A_{35}| + |A_{70}|$
$= 500 + 200 + 142 - 100 - 71 - 28 + 14 =$ **657** ==> $z' =$ **343**

51. $z = |A_7| + |A_{11}| - |A_7 \cap A_{11}| = 142'857 + 90'909 - 12'987 = 220'779$
==> $z' =$ **779´221**

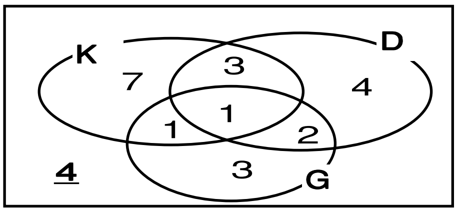
52. $V_5^2 \cap V_6 = \{$**12,42,72,102,132**$,\ldots\}$

53. a) $\mathbf{V_5 \setminus V_{12}}$ b) $\mathbf{V_5 \cup V_{12}}$ c) $\mathbf{G \setminus (V_5 \cap V_{12}) = \overline{(V_5 \cap V_{12})}}$

54. a) $\underline{\mathbf{A \cup B}}$ b) $\underline{\mathbf{\{\}}}$

55. a) $\mathbf{B = \{\}}$ b) $\mathbf{A = B}$ c) $\mathbf{B \subset A}$
d) **gilt immer** e) $\mathbf{A \cap B = \{\}}$ **od.** $\mathbf{\overline{A} \setminus B = \{\}}$ f) $\mathbf{G = A \cup B}$ **od.** $\mathbf{\overline{B} \subset A}$

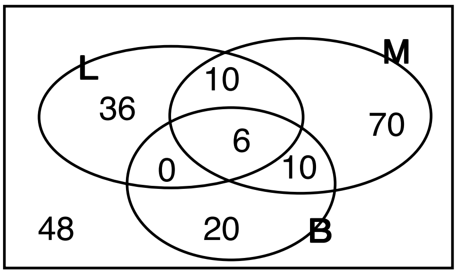
56.



b) **4**

c) **4**

57.



b) 36

c) 10